

## Chapitre 02 - Les réels

### 1 - Relation d'ordre dans les réels

- Rappels sur l'opération  $\leq$ .
- Si  $0 < a \leq b$ ,  $a \leq b \iff a^2 \leq b^2$ .
- Si  $a$  et  $b$  sont quelconques,  $a \leq b \iff a^3 \leq b^3$
- Passage à l'inverse.
- Valeur absolue : définition, propriétés, inégalité triangulaire.
- Equations  $|x| = a$ , inéquations  $|x| \leq a$  et  $|x| \geq a$ .

### 2 - Fonctions polynomiales simple, puissances et racines

- Définition d'un polynôme, du degré. Fonctions affines.
- Polynômes du second degré. Racines, relations coefficients-racines.
- Polynômes de degré  $\geq 3$ .
- $P(\alpha) = 0 \iff P(x) = (x - \alpha)Q(x)$ , avec  $Q$  un polynôme
- Fonctions puissances, fonctions racines  $n$ -ièmes.
- Propriétés.

### 4 - Logarithme, exponentielle

- Définition du logarithme népérien, définition de l'exponentielle
- Propriétés
- Notation  $a^b$  pour tout réel  $a > 0$  et tout réel  $b$ .

### 5 - Trigonométrie

- Définition  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$  (lecture sur le cercle trigonométrique).
- Relation  $\cos^2 + \sin^2 = 1$ . Calcul des cos et sin remarquables.
- Résolution de  $\cos(x) = \cos(a)$ , de  $\sin(x) = \sin(a)$ .
- Définition  $\tan(x)$  pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .
- Formules de symétrie : cos et sin de  $-x$ ,  $x + \pi$ ,  $\pi - x$ ,  $x + \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} - x$ .
- Formules d'addition  $\cos(a + b)$ ,  $\sin(a + b)$ ,  $\tan(a + b)$ .
- Application 1 : formules de duplication  $\cos(2x)$ ,  $\sin(2x)$ ,  $\tan(2x)$ .
- Application 2 : formules de linéarisation de  $\cos^2(x)$ ,  $\sin^2(x)$ ,  $\cos(x)\sin(x)$ ,  $\cos(a)\cos(b)$ ,  $\sin(a)\sin(b)$ ,  $\sin(a)\cos(b)$

### Démonstrations exigibles :

1. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs. Alors :

$$a < b \iff a^n < b^n$$

2. 1ère inégalité triangulaire :

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, |a \pm b| \leq |a| + |b|$$

3. Résolution de l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$ , avec  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$

4. Si  $P$  est un polynôme, et  $\alpha$  est un réel :

$$P(\alpha) = 0 \iff \forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x - \alpha)Q(x), \text{ avec } Q \text{ polynôme}$$

### Savoirs faire exigibles :

- Déterminer le domaine de résolution d'une équation
- Résoudre des équations et inéquations dans  $\mathbb{R}$
- Connaître les formules pour les polynômes de degré 2
- Factoriser un polynôme connaissant une racine évidente
- Connaître les propriétés des puissances, des racines.
- Connaître les propriétés de ln et exp.
- Manipuler des valeurs absolues.
- Manipuler correctement les symboles  $\iff$  ou  $\Rightarrow$
- Connaître les cosinus et sinus remarquables.
- Connaître les formules d'addition
- Connaître/retrouver les propriétés de symétrie de cos / sin, soit par le calcul soit en les retrouvant sur le cercle
- Résoudre des équations/inéquations avec des cos, sin, tan
- Connaître/retrouver les formules de duplication
- Connaître/retrouver les formules de linéarisation