Chapitre 04 - Limites et équivalents

1 - Opérations sur les limites

Révisions de terminale sur des exercices

2 - Fonctions négligeables, fonctions équivalentes

- Définition de f(x) = o(g(x)) (par limite du quotient).
- Propriétés. Croissances comparées.

$$\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \frac{(\ln(x))^{\alpha}}{x^{\beta}} \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0, \qquad \frac{x^{\alpha}}{e^{\beta x}} \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0, \qquad x^{\alpha} (\ln(x))^{\beta} \underset{x \to 0}{\longrightarrow} 0$$

- Fonctions équivalentes $f(x) \sim g(x)$ (par limite du quotient)
- Propriétés.
- Équivalents usuels à connaître :

$$\ln(u) \underset{u \to 1}{\sim} u - 1, \qquad e^x - 1 \underset{x \to 0}{\sim} x, \qquad (1+x)^\alpha - 1 \underset{x \to 0}{\sim} \alpha x$$

$$\sin(x) \underset{x \to 0}{\sim} x, \quad \tan(x) \underset{x \to 0}{\sim} x, \quad \operatorname{Arctan}(x) \underset{x \to 0}{\sim} x, \quad \cos(x) - 1 \underset{x \to 0}{\sim} \frac{-x^2}{2}$$

Chapitre 05 - Continuité (et dérivation)

1 - Continuité

- Fonction continue en un point, fonction prolongeable par continuité en un point
- Fonction continue sur un intervalle
- Stabilité par somme, produit, composition, quotient si le dénominateur ne s'annule pas
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- Si une fonction est continue sur un segment, elle est bornée et atteint ses bornes
- Image d'un intervalle par une fonction continue monotone
- Théorème de la bijection
- Application à la recherche de solutions d'équations f(x) = 0

Démonstrations exigibles :

Pas de démonstration cette semaine

Savoirs faire exigibles:

- Déterminer le domaine de définition d'une fonction
- Connaître les fonctions usuelles et leur graphe
- Calculer une limite par opération / composition
- Reconnaître les formes indéterminées.
- Connaître et utiliser les croissances comparées.
- Traduire ce que signifie f(x) = o(g(x))
- Traduire ce que signifie $f(x) \sim g(x)$
- Connaître et utiliser les équivalents usuels
- Vérifier qu'une fonction est continue en un point.
- Prolonger par continuité une fonction en un point.
- Justifier qu'une fonction est continue sur un intervalle
- Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires
- Utiliser le théorème de la bijection