Chapitre 05 - Continuité et dérivation

1 - Continuité

Reprise du programme précédent

2 - Dérivabilité en un point

- Taux d'accroissement. Fonction dérivable en un point.
- Équation de la tangente.
- Dérivées des fonctions usuelles
- Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient
- Dérivée d'une composée
- Dérivée de la réciproque d'une fonction bijective.

3 - Dérivabilité sur un intervalle

- Fonction dérivée. Dérivée n-ième.
- Fonctions de classe \mathcal{C}^k , classe \mathcal{C}^{∞}
- Condition nécessaire d'extremum local.
- Théorème de Rolle.
- Théorème des accroissements finis.
- Application 1 : signe de f' et variations de f
- Application 2 : inégalité des accroissements finis.

Démonstrations exigibles :

— Condition nécessaire d'extremum local

Soit f une fonction dérivable sur [a, b]. Si f admet un maximum local en $c \in]a, b[$, alors f'(c) = 0.

— Théorème de Rolle.

Soit f une fonction continue sur [a, b], (a < b), dérivable sur]a, b[, telle que f(a) = f(b). Alors il existe $c \in]a, b[$ tel que f'(c) = 0.

— Théorème des Accroissements finis..

Soit f une fonction continue sur [a, b], (a < b), dérivable sur]a, b[. Alors il existe $c \in]a, b[$ tel que $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$.

— Lien entre signe de la dérivée et variations de f. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Alors :

f est croissante sur $I \iff \forall t \in I, \ f'(t) \geqslant 0$

Savoirs faire exigibles:

- Déterminer des limites de fonctions.
- Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.
- Utiliser le théorème de la bijection.
- Étudier si une fonction est continue / dérivable
- Étudier si une fonction est de classe \mathcal{C}^1 .
- Connaître les dérivées des fonctions usuelles
- Savoir dériver un produit, un quotient
- Savoir dériver une composée
- Savoir dériver la réciproque d'une fonction bijective.
- Étudier les variations d'une fonction avec sa dérivée.
- Montrer une inégalité en étudiant les variations d'une fonction
- Utiliser le théorème / l'inégalité des accroissements finis.