Chapitre 06 - Intégration sur un segment

1 - Intégration sur un segment

- Définition informelle en terme d'aire.
- Propriétés graphiques : linéarité, relation de Chasles.
- Positivité de l'intégrale, croissance de l'intégrale.
- Inégalité triangulaire.
- Valeur moyenne d'une fonction. Inégalité de la moyenne.

2 - Intégrale et primitives

- Primitive sur un intervalle, sur une réunion d'intervalles
- Si f admet une primitive, alors f en admet une infinité.
- Deux primitives (éventuelles) de f diffèrent d'une constante.
- $x \mapsto \displaystyle\int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a.
- Théorème fondamental de l'analyse : si f continue sur un intervalle, alors f admet une primitive.
- Écriture intégrale/primitive :

$$\int_a^b f(t)dt = \Big[F(t)\Big]_a^b = F(b) - F(a)$$

- Extension au cas où $b < a$.

3 - Calcul d'intégrales

- Lecture inverse du tableau des dérivées
- Primitives des fonctions usuelles
- Formes remarquables primitivables : $u'u$, $\dfrac{u'}{u}$, $u'e^u$, $u'u^\alpha$, ...
- La fonction inverse a pour primitive $x \mapsto \ln(|x|)$
- La fonction $x \mapsto \ln(x)$ a pour primitive $x \mapsto x\ln(x) - x$.
- En exercices : fractions rationnelles du type $\dfrac{1}{(x-a)(x-b)}$.
- Intégration par parties : formule et exemples.
- Changements de variables : formule et exemples.

Démonstrations exigibles :
Pas de démonstration cette semaine

Savoirs faire exigibles :

— Connaître les dérivées et primitives des fonctions usuelles.
— Justifier si une intégrale est bien définie.
— Calculer une intégrale en utilisant une primitive
— Calculer une intégrale en reconnaissant une forme remarquable
— Décomposer une fraction $\dfrac{1}{(x-a)(x-b)}$ en éléments simples.
— Utiliser si besoin la linéarité ou la relation de Chasles
— Connaître et utiliser la formule d'intégration par parties
— Réaliser un changement de variable dans une intégrale
— Étudier une fonction définie par une intégrale, le x étant dans les bornes.