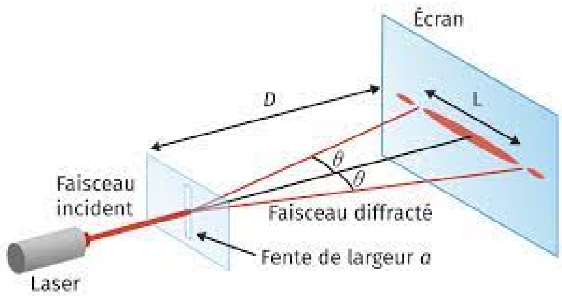
I Modèle de l'optique géométrique

L'optique géométrique consiste à décrire la lumière comme un faisceau de **rayons lumineux** (infiniment fins). Dans un milieu homogène, les rayons lumineux sont **rectilignes**.

1 Limite de l'optique géométrique : diffraction

Lorsque la lumière rencontre un obstacle ou une ouverture de taille caractéristique a, il y a diffraction : un faisceau rectiligne s'ouvre d'un angle θ tel que

$$\boxed{\sin\theta \approx \frac{\lambda}{a}}$$ [1]



Par conséquent, la diffraction est négligeable si $\lambda \ll a$. Le modèle de l'optique géométrique ne rend pas compte de la diffraction ; il n'est donc valable que lorsque la lumière ne rencontre que des obstacles et des ouvertures de taille très grande devant la longueur d'onde λ.

2 Indice d'un milieu transparent

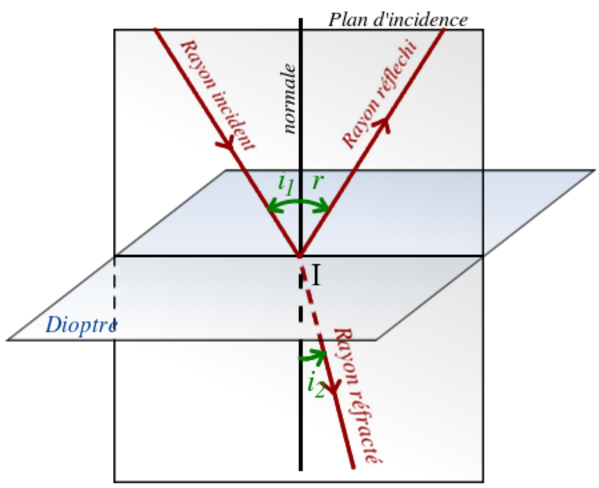
L'indice optique d'un milieu transparent est un nombre sans dimension, défini par $\boxed{n = \frac{c}{v}}$, où

— $c = 3,0 \times 10^8$ m/s est la vitesse de la lumière dans le vide

— $v \leq c$ est la vitesse de la lumière dans le milieu.

Exemples : $n_{air} \simeq n_{vide} = 1$, $n_{eau} = 1,3$, $n_{verre} = 1,5$

3 Lois de (Snell-)Descartes



a Loi de la réflexion

Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence et $\boxed{r = -i_1}$.

1. Cette relation est exacte dans le cas d'une fente rectangulaire et reste correcte en ordre de grandeur pour un objet de forme quelconque de taille caractéritique a.

b Loi de la réfraction

Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence et $\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$.

Remarque : $\dfrac{\sin i_1}{\sin i_2} = \dfrac{n_2}{n_1}$*, d'où*

$$n_1 < n_2 \Rightarrow \sin i_2 < \sin i_1 \Rightarrow i_2 < i_1 \qquad (\sin \textit{ est croissante sur } [-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}])$$

Ainsi, un rayon réfracté dans un milieu plus réfringent se rapproche de la normale. De même, un rayon réfracté dans un milieu moins réfringent s'écarte de la normale.

4 Principe du retour inverse de la lumière

Le trajet d'un rayon lumineux peut être parcouru dans les 2 sens.

II Réflexion totale et application à la fibre optique à saut d'indice

1 Condition de réflexion totale

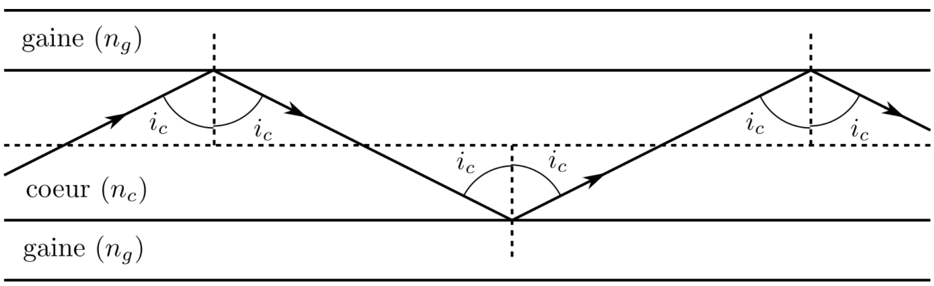
D'après la loi de la réfraction, $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$. Si $\boxed{\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > 1}$, la loi de la réfraction n'a pas de solution i_2. Dans ce cas il n'y a pas de rayon réfracté : la réflexion est totale. La condition de réflexion totale se réécrit :

$$i_1 > \boxed{\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = i_{1\mathrm{lim}}}$$

La condition de réflexion totale ne peut être vérifiée que si $n_1 > n_2$: il ne peut y avoir réflexion totale que sur un milieu moins réfringent.

2 Fibre optique à saut d'indice

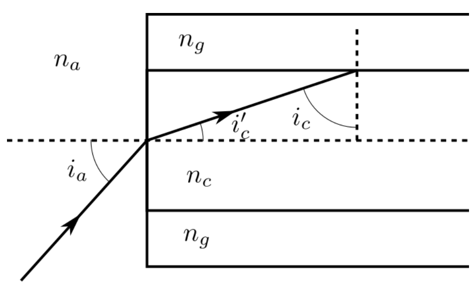
Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur cylindrique d'indice n_c et d'une gaine d'indice $n_g < n_c$. Dans le modèle de l'optique géométrique, un rayon se propage par réflexions successives sur la gaine.



Un rayon se propage dans le cœur sans atténuation, si la réflexion sur la gaine est totale
c'est-à-dire si $n_c \sin(i_c) > n_g$
c'est-à-dire si $i_c > \arcsin\left(\frac{n_g}{n_c}\right) = i_{c\mathrm{lim}}$

a Cône d'acceptante de la fibre

On cherche la condition sur l'angle d'incidence i_a dans l'air, pour qu'un rayon se propage sans atténuation dans la fibre.



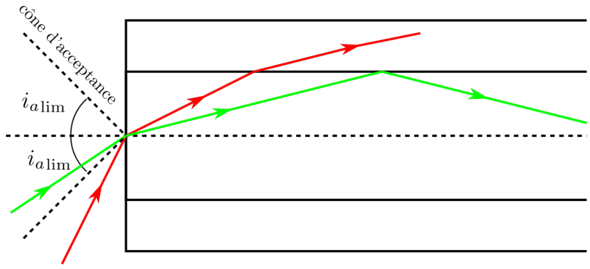
La loi de la réfraction à l'entrée de la fibre s'écrit : $n_a \sin(i_a) = n_c \sin(i_c')$.
Or $i_c' = \frac{\pi}{2} - i_c$, donc $n_a \sin(i_a) = n_c \cos(i_c)$
Il y a réflexion totale sur la gaine si $n_c \sin(i_c) > n_g$, soit $\sin(i_c) > \frac{n_g}{n_c}$
Or $\cos(i_c) = \sqrt{1 - \sin^2 i_c}$ ($i_c \in [0, \frac{\pi}{2}]$ donc $\cos(i_c) \geq 0$).
La condition de réflexion totale devient :

$$\sqrt{1 - \sin^2 i_c} < \sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}, \text{ (car la fonction } x \mapsto \sqrt{1-x^2} \text{ est décroissante sur } \mathbb{R}_+)$$

$$\text{c'est-à-dire} \quad n_a \sin(i_a) < n_c \sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}$$

$$\text{c'est-à-dire} \quad i_a < \arcsin\left(\frac{\sqrt{n_c^2 - n_g^2}}{n_a}\right) = i_{a\text{lim}}$$

Ainsi, seuls les rayons contenus dans le cône d'angle $i_{a\text{lim}}$ par rapport à l'axe de la fibre se propagent dans le cœur sans atténuation : c'est le cône d'acceptance de la fibre.



b Dispersion intermodale

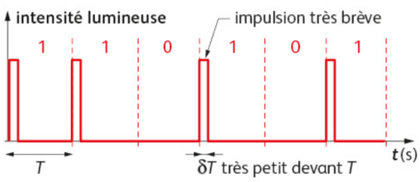
Les modes de la fibre correspondent aux différents angles $i_c \in [i_{c\text{lim}}, \frac{\pi}{2}]$ pour lesquelles la lumière se propage dans la fibre. Selon le mode, la lumière ne se propage pas à la même vitesse d'un bout à l'autre de la fibre : on parle de dispersion intermodale.

Pour une fibre de longueur L, la distance parcourue par le rayon faisant un angle i_c avec la normale est $d = \dfrac{L}{\sin i_c}$.

La distance minimale, correspondant à $i_c = \frac{\pi}{2}$, est $d_{\text{min}} = L$.

La distance maximale, correspondant à $i_c = i_{c\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_g}{n_c}\right)$, est $d_{\text{max}} = \dfrac{n_c L}{n_g}$.

On envoie en entrée de la fibre un signal binaire, constitués d'impulsions à la fréquence f.



En sortie de la fibre, à cause de la dispersion intermodale, les impulsions sont élargies de $\Delta t = \dfrac{d_{\text{max}} - d_{\text{min}}}{v_c}$,

où $v_c = \frac{c}{n_c}$ est la vitesse de propagation de la lumière dans le cœur, d'où $\Delta t = \frac{n_c L}{c}\left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)$.

Les impulsions successives ne se recouvrent pas si $\Delta t < T$, c'est-à-dire $f < \dfrac{c}{n_c L \left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)}$.

On en déduit la fréquence binaire maximale que peut transmettre la fibre : $f_{\text{max}} = \dfrac{c}{n_c L \left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)}$

III Formation des images

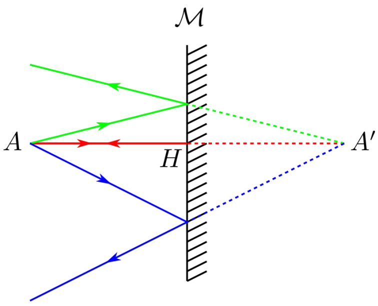
1 Stigmatisme

Un système optique est dit stigmatique, si l'image d'un point par ce système est un point, c'est-à-dire si tous les rayons incidents issus d'un même point A, émergent du système en passant par un même point A'. Dans ce cas, A' est l'image de A par le système. D'après le principe du retour inverse de la lumière, A est également l'image de A'. On dit que A et A' sont **conjugués** par le système optique.

2 Objet/Image réel ou virtuel

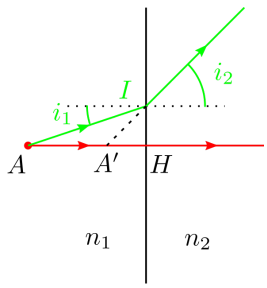
Un objet A est dit **réel** si les rayons entrants dans le système se coupent réellement en A, et **virtuel** si leurs prolongements se coupent en A.
Une image A' est dite **réelle** si les rayons sortants du système se coupent réellement en A, et **virtuelle** si leurs prolongements se coupent en A'.

3 Stigmatisme rigoureux du miroir plan



Le miroir plan est rigoureusement stigmatique. D'après la loi de la réflexion, **un point A et son image A' sont symétriques par rapport au plan du miroir**. C'est la relation de conjugaison du miroir plan, qui s'écrit également $\overline{HA'} = -\overline{HA}$, où H est le projeté orthogonal de A sur plan du miroir.

4 Stigmatisme approché du dioptre plan



On considère 2 rayons issus de A : le rayon incident perpendiculaire au dioptre et le rayon incident arrivant avec un angle d'incidence i_1 sur le dioptre. On cherche l'intersection A' des 2 rayons émergents correspondants.
On a $\tan i_1 = \dfrac{\overline{HI}}{\overline{AH}}$ et $\tan i_2 = \dfrac{\overline{HI}}{\overline{A'H}}$, donc $\overline{HA'} = \overline{HA}\dfrac{\tan i_1}{\tan i_2}$.
La position de A' dépend de i_1, donc tous les rayons émergents ne se coupent pas en un point : **le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique**.

Dans la limite des petits angles ($i \ll 1$ rad), on peut faire l'**approximation de Gauss** :

$$\boxed{\sin i \simeq i \text{ et } \cos i \simeq 1, \text{ d'où } \tan i \simeq i}$$

La loi de la réfraction devient : $n_1 i_1 \simeq n_2 i_2$
Ainsi, $\overline{HA'} = \overline{HA}\dfrac{n_2}{n_1}$; c'est la relation de conjugaison du dioptre plan.
Dans l'approximation de Gauss, la position de A' ne dépend plus du rayon considéré. On parle de **stigmatisme approché**.

5 Systèmes optiques centrés - Conditions de Gauss

Un système optique centré est un ensemble de composants optiques (dioptres, miroirs, lentilles, ...) possédant un axe de révolution qu'on appelle **axe optique**. En général, un système centré n'est pas rigoureusement stigmatique.

Pour des **rayons paraxiaux**, c'est-à-dire proches de l'axe optique et peu inclinés par rapport à l'axe, on peut faire l'approximation de Gauss. **Les systèmes optiques centrés vérifient un stigmatisme approché dans les conditions de l'approximation de Gauss**.

Un capteur optique est constitué d'une matrice de cellules élémentaires de petite taille. Pour une image numérique, chaque cellule détecte l'intensité d'un pixel. Le stigmatisme approché n'altère pas la netteté de l'image tant que la taille de l'image d'un point est inférieure à la taille d'une cellule élémentaire du capteur.