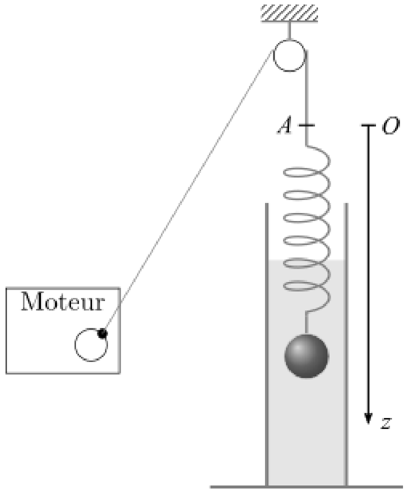
1 Système masse-ressort soumis à une excitation sinusoïdale

On considère une masse m suspendue à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, et plongée dans un liquide. L'autre extrémité du ressort A est animée d'un mouvement sinusoïdal $z_A(t) = a\cos(\omega t)$.

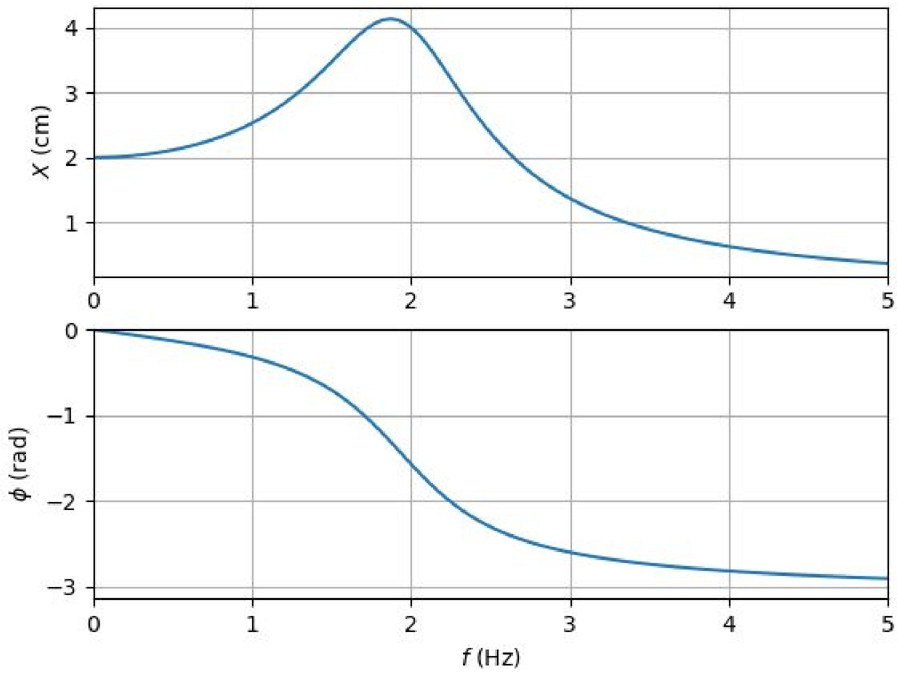


Le fluide exerce sur la masse une force de frottement $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$.
On note $\vec{g} = g\vec{u}_z$ le champ de pesanteur supposé uniforme.

1. On suppose que l'extrémité A du ressort reste fixe en $z_A = 0$. Déterminer la position d'équilibre z_{eq} en fonction de m, g, ℓ_0 et k.
2. Établir l'équation du mouvement, puis la mettre sous la forme :

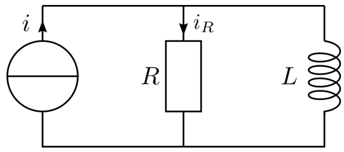
$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 a\cos(\omega t)$$

   où $x = z - z_{\text{eq}}$ et ω_0 et Q sont des constantes dont on donnera les expressions en fonction de k, m et λ.
3. On note $\underline{x}(t) = \underline{X}e^{i\omega t}$ avec $\underline{X} = Xe^{i\phi}$, la représentation complexe de l'élongation.
   (a) Établir la condition de résonance en élongation et l'expression de la pulsation de résonance ω_r en fonction de ω_0 et Q.
   (b) On représenté ci-dessous les graphes de X et ϕ en fonction de la fréquence. En déduire les valeurs de a, ω_0 et Q.



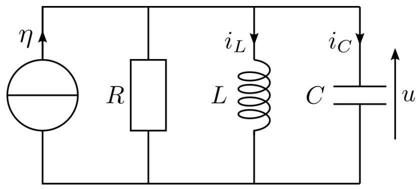
4. On note $\underline{v}(t) = \underline{V}e^{i\omega t}$ avec $\underline{V} = Ve^{i\psi}$, la représentation complexe de la vitesse.
   (a) Montrer qu'il y a toujours résonance en vitesse, pour une pulsation que l'on précisera.
   (b) Représenter l'allure des graphes de V et ψ en fonction de ω.

2 Circuit RL en régime sinusoïdal forcé



La source idéale de courant délivre une intensité sinusoïdale $i(t) = I\cos(\omega t)$.
Déterminer l'expression de l'intensité $i_R(t)$ en régime permanent.

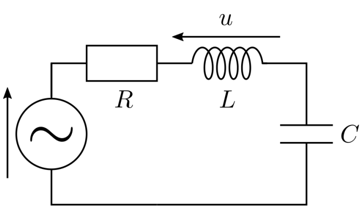
3 Circuit RLC parallèle en régime sinusoïdal forcé



La source de courant délivre une intensité $\eta = H\cos(\omega t)$

1. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}$ et la mettre sous la forme :
$$\underline{U} = \frac{\alpha}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$
En déduire la condition de résonance en tension u et la pulsation de résonance correspondante.
2. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}_L$ et la mettre sous la forme :
$$\underline{I}_L = \frac{\beta}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$
En déduire la condition de résonance en intensité i_L et la pulsation de résonance correspondante.
3. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}_C$ et la mettre sous la forme :
$$\underline{I}_C = \frac{\gamma}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{j\omega_0}{Q\omega}}$$
En déduire la condition de résonance en intensité i_C et la pulsation de résonance correspondante.

4 Résonance de la tension aux bornes de la bobine d'un circuit RLC



On étudie la tension u aux bornes de la bobine d'un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.

1. Montrer que l'amplitude complexe de u se met sous la forme :
$$\underline{U} = \frac{A}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{j\omega_0}{Q\omega}}$$
où A, ω_0 et Q sont des constantes que l'on exprimera en fonction de E, R, L et C.
2. Établir la condition de résonance sur Q et exprimer la pulsation de résonance en fonction de ω_0 et Q.
3. Tracer l'allure des graphes de $U = |\underline{U}|$ et $\phi = \arg(\underline{U})$ en fonction de ω.
4. Pour quelle valeur de ω les tensions u et e sont-elles en quadrature ? Représenter l'allure du graphe $u(e)$ pour cette valeur de ω.

5 Associations d'impédance

1. Montrer que l'association parallèle d'une résistance R et d'une inductance L est équivalente à l'association série de deux dipôles que l'on précisera.
2. Montrer que l'association série d'une résistance R et d'une capacité C est équivalente à l'association parallèle de deux dipôles que l'on précisera.

6 Courbe de résonance en intensité

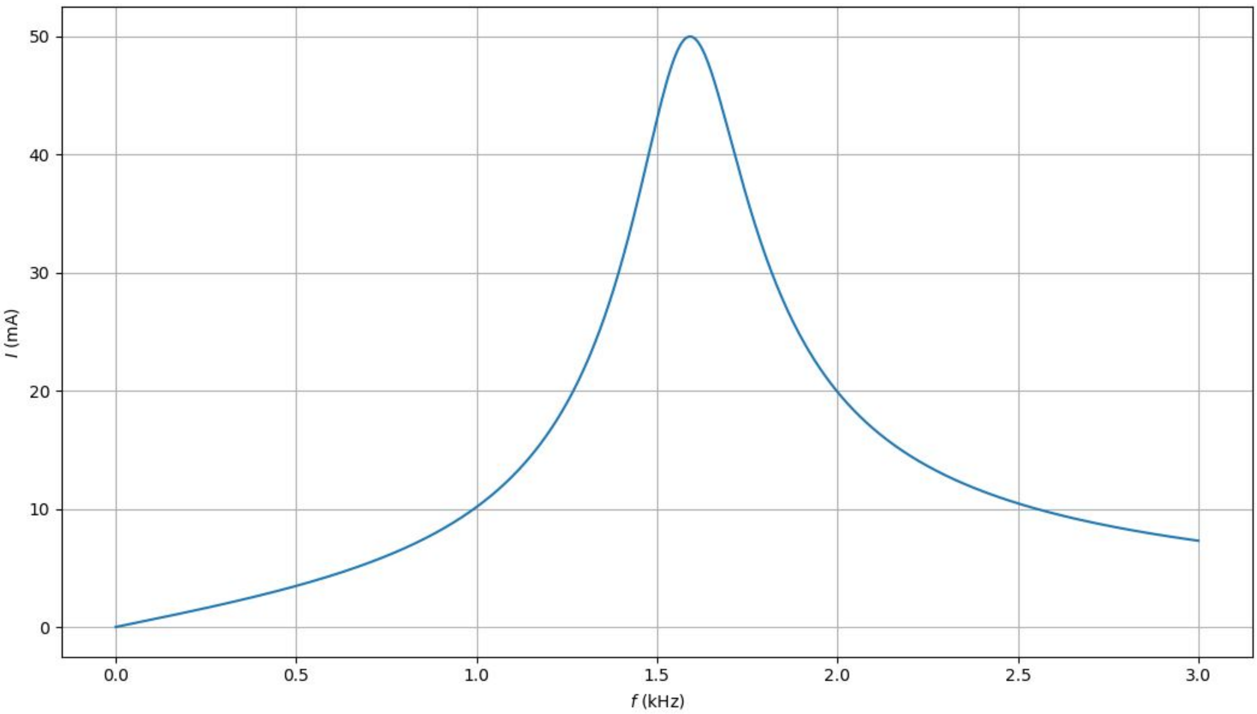
1. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}$ de l'intensité d'un circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale d'amplitude E et la mettre sous sa forme canonique

$$\underline{I} = \frac{I_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On définit les pulsations de coupure ω_c telles que $I(\omega_c) = |\underline{I}(\omega_c)| = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ et la bande passante comme l'intervalle de pulsations telles que $I(\omega) \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

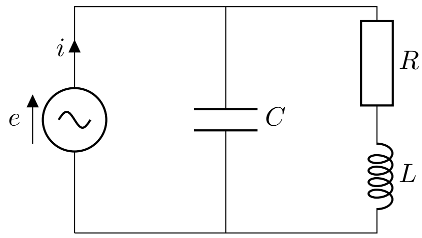
2. Établir les expressions des pulsations de coupure ω_{c1} et ω_{c2} en fonction de ω_0 et Q.
3. En déduire la largeur de la bande passante $|\omega_{c1} - \omega_{c2}|$ en fonction de ω_0 et Q.

On a représenté ci-dessous le graphe de l'amplitude de l'intensité I d'un circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale d'amplitude 5 V.



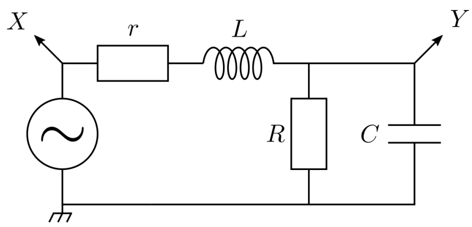
4. Déterminer les valeurs de R, L et C.

7 Courant et tension en phase



1. Établir la condition sur R, L et C pour qu'il existe une pulsation $\omega_0 \neq 0$ pour laquelle e et i soient en phase. Déterminer l'expression de ω_0.
2. Représenter l'allure du graphe de i en fonction de e pour $\omega = \omega_0$.

8 Tensions en quadrature



1. Déterminer la pulsation ω pour laquelle les tensions visualisées sur les voies X et Y de l'oscilloscope sont en quadrature.
2. Représenter l'allure du graphe observé en mode XY, pour cette pulsation.