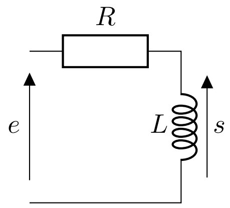
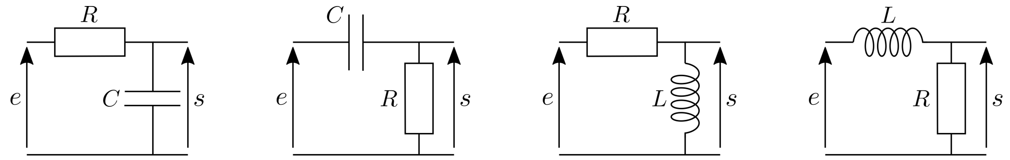
1 Filtre RL



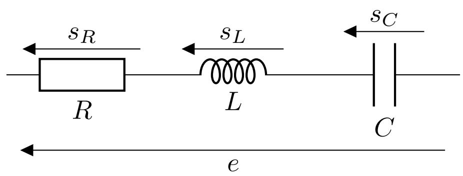
1. Sans calcul, prévoir le type de filtre obtenu.
2. Établir l'expression de la fonction de transfert. On pourra poser $\tau = \frac{L}{R}$.
3. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques.
4. Déterminer la pulsation de coupure ω_c. Que vaut la phase à ω_c ?

2 Moyenneur, dérivateur et intégrateur

Identifier parmi les filtres suivants, ceux qui peuvent être utilisés comme moyenneur, dérivateur ou intégrateur, en précisant dans quel domaine de fréquence.



3 Filtres RLC



On considère les filtres obtenus en prenant la tension de sortie aux bornes de l'un des dipôles. Dans chaque cas :

1. Prévoir, sans calcul, le type de filtre.
2. Établir l'expression de la fonction de transfert. Identifier à l'une des formes canoniques suivantes en précisant les expressions de K, ω_0 et Q.

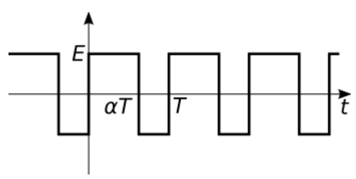
$$\underline{H}(jx) = \frac{K}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}} \qquad \underline{H}(jx) = \frac{K}{1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{Qjx}} \qquad \underline{H}(jx) = \frac{K}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

   où $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ est la pulsation réduite.
3. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques en fonction de $\log(x)$.
4. Tracer l'allure réelle du diagramme en gain pour $Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4 Signal créneau

On considère le signal créneau ci-contre, de rapport cyclique α.

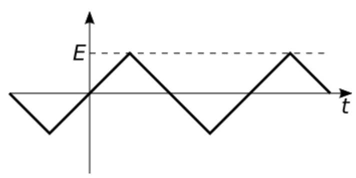
1. Calculer la valeur moyenne de ce signal en fonction de α et E.
2. Calculer la valeur efficace de ce signal en fonction de E.



5 Signal triangulaire

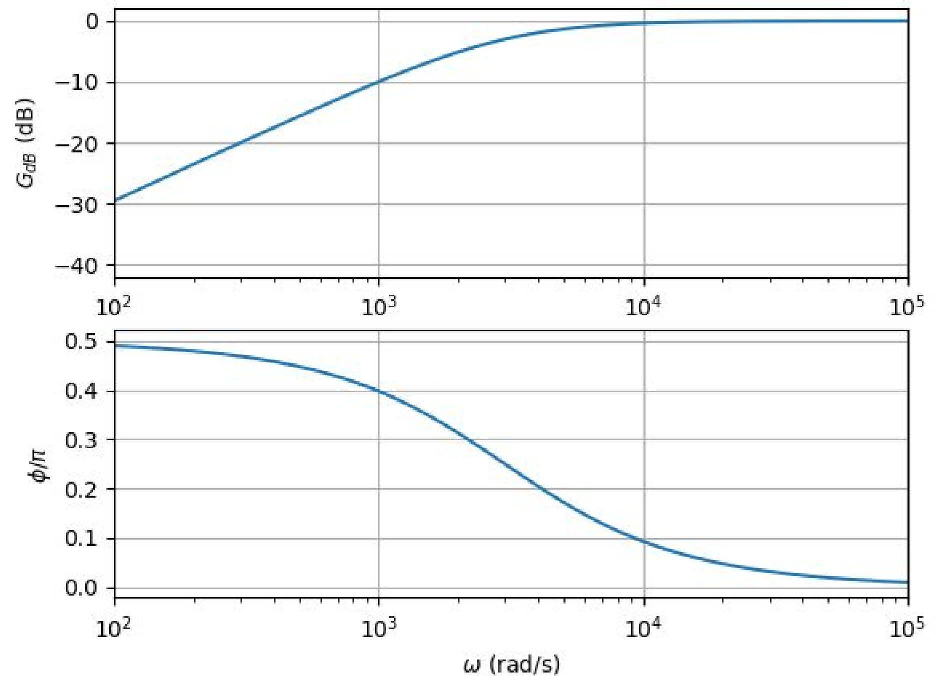
On considère le signal triangulaire ci-contre.

1. Que vaut la valeur moyenne de ce signal ?
2. Calculer la valeur efficace de ce signal en fonction de E.



6 Réponse d'un filtre (1)

Les diagrammes de Bode d'un filtre sont représentés ci-dessous.



On envoie en entrée de ce filtre un signal $e(t) = E_0 + E_1\cos(\omega_1 t + 0,1\pi) + E_2\cos(\omega_2 t)$, avec $\omega_1 = 1000$ rad/s et $\omega_2 = 3000$ rad/s.

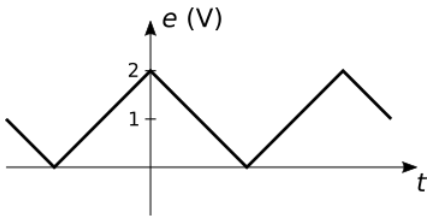
1. Préciser le type de filtre, son ordre et sa pulsation de coupure.
2. Donner l'expression de la sortie $s(t)$.

7 Réponse d'un filtre (2)

On considère un filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{10}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

On envoie en entrée de ce filtre un signal triangulaire $e(t)$ de pulsation ω_0, dont l'allure est représentée ci-dessous



La décomposition en série de Fourier de ce signal s'écrit

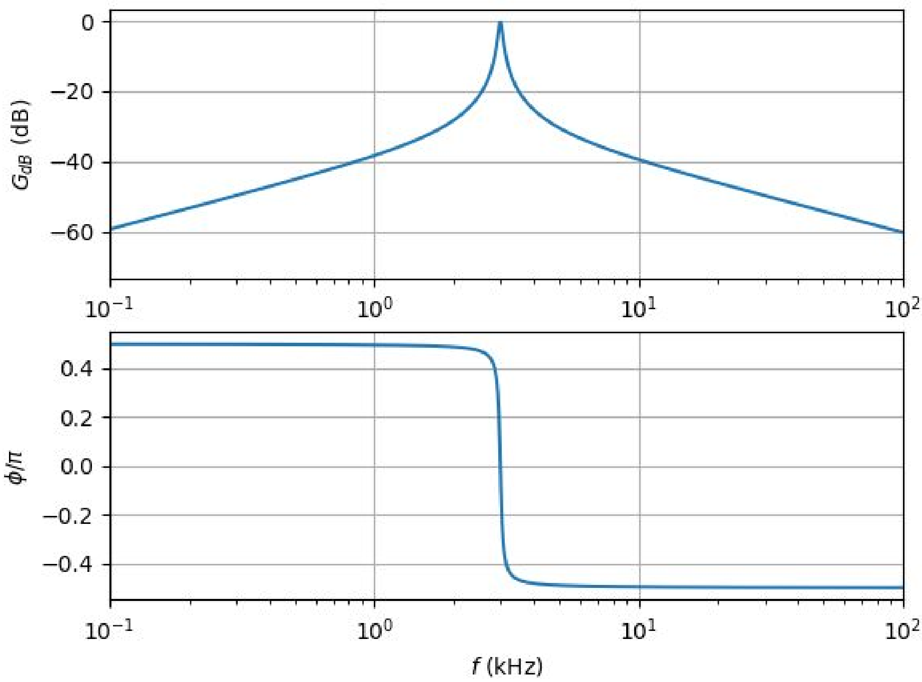
$$e(t) = E_0 + \frac{8E}{\pi^2}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{1}{(2p+1)^2}\cos\left[(2p+1)\omega_0 t\right]$$

où $E = 1$ V.

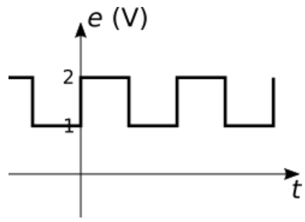
1. Préciser le type de filtre et son ordre. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques du filtre.
2. Déterminer E_0.
3. Représenter l'allure du spectre de e.
4. Déterminer l'expression approchée de la sortie $s(t)$.
5. Tracer l'allure du signal $s(t)$ et de son spectre.

8 Réponse d'un filtre (3)

Les diagrammes de Bode d'un filtre sont représentés ci-dessous.



On envoie en entrée de ce filtre un signal carré $e(t)$ de fréquence $f_e = 1$ kHz, dont l'allure est représentée ci-dessous.



La décomposition en série de Fourier de ce signal s'écrit

$$e(t) = E_0 + \frac{4E}{\pi} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{2p+1} \sin[(2p+1)2\pi f_e t]$$

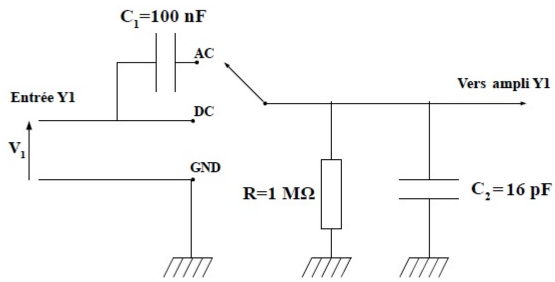
où $E = 0,5$ V.

1. Préciser le type de filtre et son ordre.
2. Déterminer E_0.
3. Représenter l'allure du spectre de e.
4. Donner l'expression approchée de la sortie $s(t)$.
5. Tracer l'allure du signal $s(t)$ et de son spectre.

9 Couplage AC d'un oscilloscope

Sur un oscilloscope, on peut choisir un mode de couplage qui permet de sélectionner la partie alternative du signal mesuré. Un filtre analogique est alors intercalé entre l'entrée et les étages de traitement suivants. Ce filtre a pour vocation d'éliminer la valeur moyenne du signal sans en altérer la composante alternative.

1. Montrer que le filtre du couplage AC réalise bien la fonction demandée.
2. Déterminer la fréquence de coupure du couplage AC.



Couplage AC, DC ou GND

10 Synthèse d'un signal à partir de sa série de Fourier

1. La décomposition en série de Fourier d'un signal carré de pulsation ω s'écrit :

$$y(t) = \frac{4}{\pi}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{1}{(2p+1)}\sin[(2p+1)\omega t]$$

   Écrire un script python pour tracer sur 2 périodes, le signal synthétisé avec les N premiers termes de la décomposition en série de Fourier du signal y, pour $N = 1$, 2, 10, 100 et 1000.

   Commenter la parité du signal.

2. La décomposition en série de Fourier d'un signal triangulaire de pulsation ω s'écrit :

$$y(t) = \frac{8}{\pi^2}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{1}{(2p+1)^2}\cos[(2p+1)\omega t]$$

   Écrire un script python pour tracer sur 2 périodes, le signal synthétisé avec les N premiers termes de la décomposition en série de Fourier du signal y, pour $N = 1$, 2, 10, 100 et 1000.

   Commenter la parité du signal.

11 Simulation numérique de l'action d'un filtre

On considère un filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

On définit la pulsation réduite $x = \dfrac{\omega}{\omega_c}$.

1. De quel type de filtre s'agit-il ? Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques du filtre.
2. Écrire deux fonctions python G(x) et phi(x) qui renvoient respectivement le gain et la phase de la fonction de transfert en fonction de la pulsation réduite x.
3. On envoie en entrée du filtre un signal $e(t)$ dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$e(t) = 1 + \frac{4}{\pi}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{(-1)^p}{2p+1}\cos[(2p+1)\omega_e t]$$

   Écrire un script python pour tracer sur un même graphe, le signal $e(t)$ et la sortie $s(t)$, sur deux périodes, en prenant les 1000 premiers termes de la décomposition en série de Fourier.

   Tracer le graphe pour $\omega_e = 0,1\omega_c$, $\omega_e = \omega_c$ et $\omega_e = 10\omega_c$. Interpréter dans chaque cas l'action du filtre.

4. On envoie en entrée du filtre un signal $e(t)$ dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$e(t) = 1 + \frac{8}{\pi^2}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{1}{(2p+1)^2}\cos[(2p+1)\omega_e t]$$

   Écrire un script python pour tracer sur un même graphe, le signal $e(t)$ et la sortie $s(t)$, sur deux périodes, en prenant les 1000 premiers termes de décomposition en série de Fourier.

   Tracer le graphe pour $\omega_e = 0,1\omega_c$, $\omega_e = \omega_c$ et $\omega_e = 10\omega_c$. Interpréter dans chaque cas l'action du filtre.

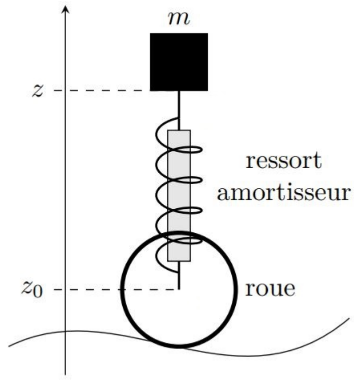
5. Reprendre l'exercice pour un filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_c}{\omega}}$$

12 Le salaire de la peur

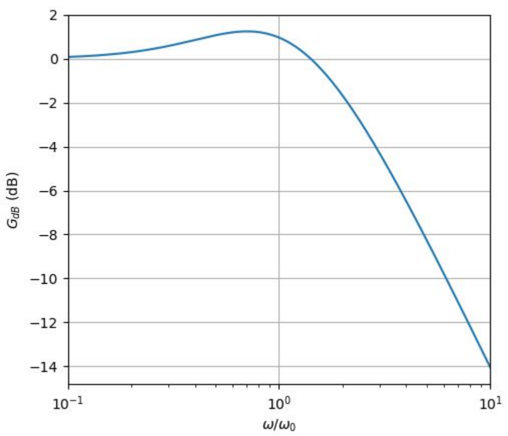
Dans le film « Le Salaire de la peur », réalisé par H.-G. Clouzot en 1953, palme d'or au festival de Cannes, un camion transportant de la nitroglycérine doit rouler sur une piste que le vent a ridée en « tôle ondulée ». Pour éviter les secousses, le conducteur doit-il rouler lentement ou à vive allure ?

On étudie le filtrage réalisé par une suspension de camion. On note $4m$ la masse du camion, de sorte que tout se passe comme si chaque suspension supportait une masse m. La suspension est modélisée par l'association d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, et d'un amortisseur de coefficient de frottement α. L'amortisseur exerce sur la masse m une force $\vec{f} = -\alpha(\dot{z} - \dot{z}_0)\vec{u}_z$. On suppose que la roue reste constamment en contact avec le sol, si bien que $z_0(t)$ reproduit le profil de la route.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$, puis la mettre sous la forme :
$$\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{\omega_0}{Q}\dot{z}_0 + \omega_0^2 z_0$$
où $y(t) = z(t) - z_{\text{éq}}$ et $z_{\text{éq}}$, ω_0 et Q sont des constantes dont on donnera les expressions en fonction de ℓ_0, k, m et α.
2. Indiquer comment choisir Q pour une suspension optimale.
3. Expliquer pourquoi considérer une excitation $z_0(t)$ sinusoïdale n'est pas réducteur.
4. Établir l'expression de la fonction de transfert mécanique $\underline{H}(j\omega) = \underline{y}/\underline{z}_0$ en fonction de Q et ω_0.
5. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de cette fonction de transfert.

Le diagramme de Bode en gain est représenté ci-dessous.



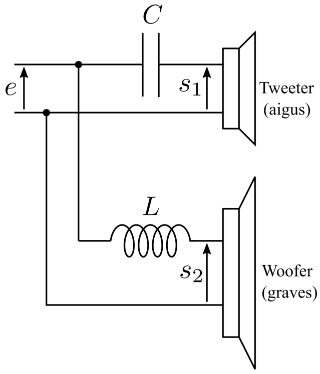
Le camion se déplace à la vitesse horizontale v_x, sur une route dont le profil est donné par la fonction

$$z_0(x) = Z_0 \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$$

6. Justifier que le camion doit éviter de rouler autour d'une vitesse v_x dont on donnera l'expression en fonction de λ et ω_0.
7. Pour minimiser le déplacement vertical, est-il préférable de rouler lentement ou à vive allure ?
8. En fait la grandeur pertinente pour mesurer les secousses subies par le camion n'est pas le déplacement vertical mais l'accélération verticale. Déterminer si il est préférable de rouler lentement ou à vive allure, pour minimiser les secousses.

13 Gabarit d'un filtre d'enceinte à deux voies

Afin d'offrir une bonne restitution du son, une enceinte est souvent constituée d'au moins deux haut-parleurs. En effet une petite membrane reproduit mal les graves, alors qu'une grande membrane reproduit mal les aigus. Pour que chaque haut-parleur recoive un signal adapté à sa réponse, les enceintes à deux voies ont généralement un filtre électronique dont une version rudimentaire est représentée ci-dessous. Les haut-parleurs sont assimilables à des résistances $R = 4\ \Omega$.



Le cahier des charges d'une enceinte indique que :

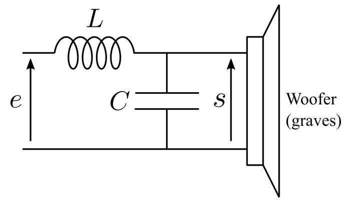
- pour le tweeter, les fréquences supérieures à 1,2 kHz ne doivent pas être atténuées de plus de 3 dB
- pour le tweeter, les fréquences inférieures à 400 Hz doivent être atténuées de plus de 10 dB
- pour le woofer, les fréquences inférieures à 1,2 kHz ne doivent pas être atténuées de plus de 3 dB
- pour le woofer, les fréquences supérieures à 2 kHz doivent être atténuées de plus de 10 dB
- aucune fréquence ne doit être amplifiée : le gain ne doit pas dépasser 0 dB.

1. Représenter le gabarit de chaque filtre, c'est-à-dire les zones autorisées/interdites dans le diagramme de Bode.
2. Déterminer si le circuit proposé permet de vérifier le cahier des charges. Proposer, le cas échéant, des valeurs de C et L.

Afin de respecter le cahier des charges précédent, on modifie le filtre du woofer de la facon suivante. Le haut-parleur est toujours assimilé à une résistance R.

3. Sans calcul, prévoir le type de filtre obtenu.
4. Montrer que la fonction de transfert se met sous la forme

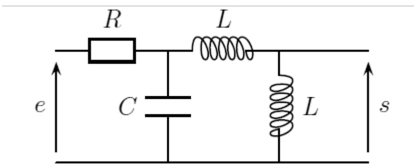
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$



5. Représenter les diagrammes de Bode asymptotiques.
6. Comment faut-il choisir la valeur de Q ?

14 Filtre de Hartley

On étudie le filtre de Hartley en sortie ouverte, représenté ci-dessous.



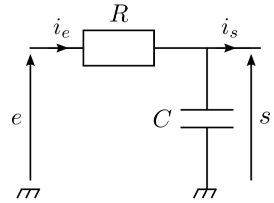
1. Montrer que la fonction de transfert se met sous la forme

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0 \frac{jx}{Q}}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Exprimer la pulsation propre ω_0, le facteur de qualité Q et le gain H_0 en fonction de R, L et C.
2. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques.
3. Ce filtre peut-il être utiliser en moyenneur ? en intégrateur ? en dérivateur ? Si oui, préciser dans quel domaine de fréquences.

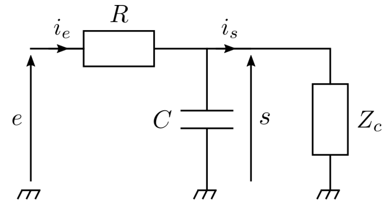
15 Mise en cascade de filtres RC

On considère le filtre RC ci-dessous.



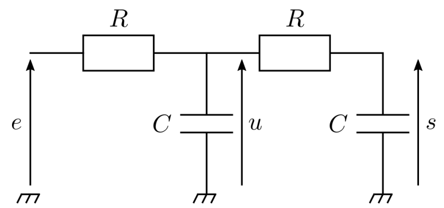
1. Déterminer l'impédance de sortie Z_s de ce filtre.

L'impédance d'entrée d'un filtre RC dépend de la charge placée en aval. On note Z_c l'impédance d'entrée de la charge.



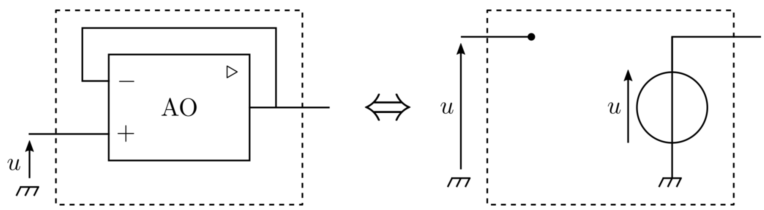
2. Déterminer l'impédance d'entrée Z_e du filtre, en fonction de R, C, ω et Z_c.

On associe deux filtres RC identiques, en cascade.

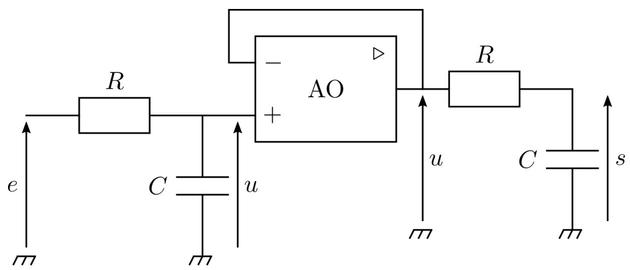


3. Établir la fonction de transfert de ce filtre et la mettre sous sa forme canonique en identifiant ω_0 et Q. De quel type de filtre s'agit-il ?

Un montage suiveur, constitué d'un amplificateur opérationnel (AO) bouclé sur son entrée inverseuse (−), est un quadripôle de fonction de transfert $\underline{H} = 1$, d'impédance d'entrée $Z_e \to +\infty$ et d'impédance de sortie $Z_s = 0$:

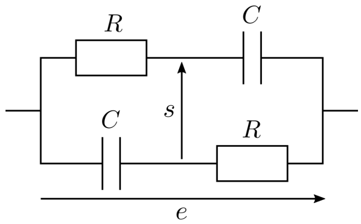


On intercale un montage suiveur entre les deux blocs RC du filtre précédent.



4. Établir la fonction de transfert de ce filtre et la mettre sous sa forme canonique en identifiant ω_0 et Q. Conclure.
5. En utilisant python, tracer numériquement les diagrammes de Bode des deux filtres sur les même graphes.

16 Filtre déphaseur



1. Etablir la fonction de transfert de ce filtre.
2. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de ce filtre.
3. On réalise le filtre avec $R = 1$ kΩ et $C = \frac{1}{2\pi}$ μF. Interpréter l'effet du filtre sur les 2 signaux carrés ci-dessous.