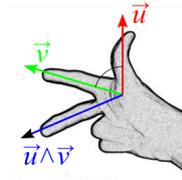


## 1 Produit vectoriel

Déterminer les produits vectoriels suivants, où  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  désigne la base cartésienne et  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$  la base cylindrique.

- $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y$    •  $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_z$    •  $\vec{u}_\theta \wedge \vec{u}_r$    •  $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_z$    •  $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_z$
- $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_\theta$    •  $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_r$    •  $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_\theta$    •  $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_r$    •  $\vec{u}_\theta \wedge \vec{u}_y$

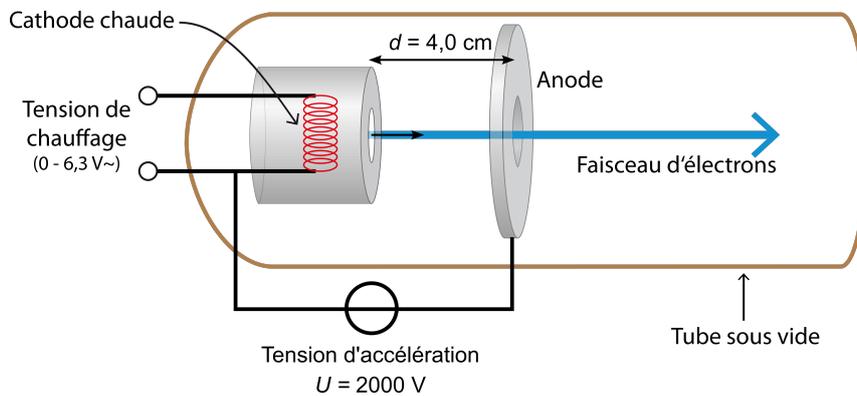


## 2 Potentiel électrique

1. Établir l'expression du potentiel électrique  $V(x)$  associé à un champ électrique uniforme  $\vec{E} = E\vec{u}_x$ .
2. Établir l'expression du potentiel électrique  $V(r)$  créé par une charge ponctuelle  $Q$ , située en  $O$ .

## 3 Canon à électrons

Un canon à électrons est un dispositif permettant de produire un faisceau d'électrons. C'est l'un des composants essentiels d'un tube cathodique ou d'un instrument tel que le microscope électronique. Un filament, porté à haute température émet des électrons de vitesse initiale négligeable. Ces électrons sont accélérés par un champ électrique  $\vec{E}$ , créé par deux électrodes alimentées par une tension  $U = 2000 \text{ V}$ .

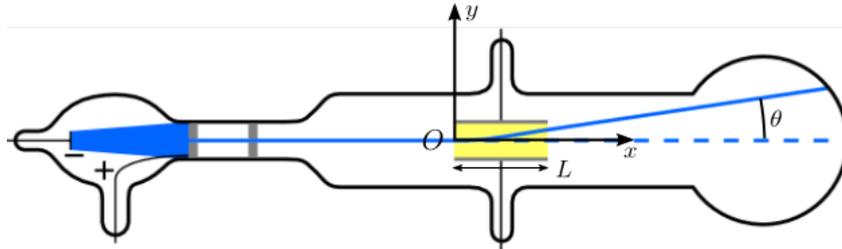


1. Indiquer les sens du champ électrique  $\vec{E}$  et de la tension d'accélération  $U$  entre la cathode et l'anode.
2. Calculer la norme de  $\vec{E}$ . Montrer que le poids d'un électron est négligeable.
3. Déterminer la vitesse d'un électron au niveau de l'anode. Ces électrons doivent-ils être considérés comme relativistes ?

## 4 Expérience de Thomson

Joseph John THOMSON a reçu le prix Nobel de Physique en 1906 pour « ses recherches théoriques et expérimentales sur la conductivité électrique dans les gaz », qui ont fourni les preuves de l'existence de l'électron. Dans une de ses expériences, il a montré qu'un faisceau d'électrons peut être dévié par un champ électrique et a estimé le rapport  $e/m$  de la charge par la masse de l'électron.

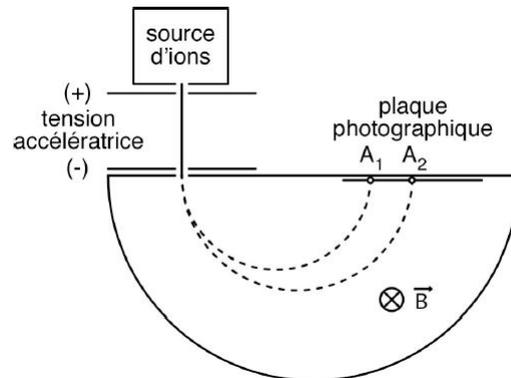
Un faisceau d'électrons de vitesse initiale  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$  pénètre dans un champ électrostatique uniforme  $\vec{E} = -E \vec{u}_y$  créé par deux électrodes planes, de longueur  $L$ .



1. Établir l'équation  $y(x)$  de la trajectoire du faisceau entre les électrodes.
2. Établir l'expression de l'angle de déviation  $\theta$ .
3. Pour déterminer  $v_0$ , on superpose au champ électrique, un champ magnétique  $\vec{B}$ , de sorte que le faisceau ne soit plus dévié. Préciser le sens et la direction de  $\vec{B}$  et déterminer l'expression de  $v_0$  en fonction de  $E$  et  $B$ .
4. En déduire l'expression du rapport  $e/m$  en fonction de  $\theta$ ,  $L$ ,  $E$  et  $B$ .

## 5 Spectromètre de masse

Un spectromètre de masse permet de séparer les différents isotopes d'un échantillon. Dans un spectromètre de masse, des atomes de néon sont ionisés en ions  $\text{Ne}^+$ , puis accéléré par une tension de 1 kV. Les ions  $\text{Ne}^+$  pénètrent alors dans une zone de champ magnétique uniforme et stationnaire, de norme  $B = 0,1 \text{ T}$ , orthogonal au faisceau incident. Le néon existe essentiellement sous deux isotopes :  ${}^{20}_{10}\text{Ne}$  et  ${}^{22}_{10}\text{Ne}$ .

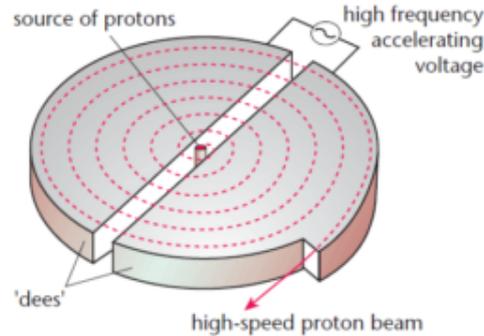


Déterminer la distance  $d = A_1 A_2$  entre les impacts des deux isotopes sur la plaque photographique.

## 6 Cyclotron

Les accélérateurs de particules permettent de réaliser des collisions à très grande vitesse, qui produisent des particules « exotiques ». C'est ainsi qu'en 2012 a été détectée une nouvelle particule, le boson de Higgs, dont l'existence avait été prédite en 1964.

Un cyclotron est un accélérateur de particules, dans lequel les particules suivent une succession de trajectoires circulaires de rayons croissants. Un puissant électro-aimant délivre un champ magnétique uniforme de norme  $B$ , perpendiculaire au plan de la trajectoire. Un champ électrique règne entre deux électrodes en forme de demi-cylindres ou D, appelées les Dés (ou Dees en anglais) et alimentées par une tension alternative.

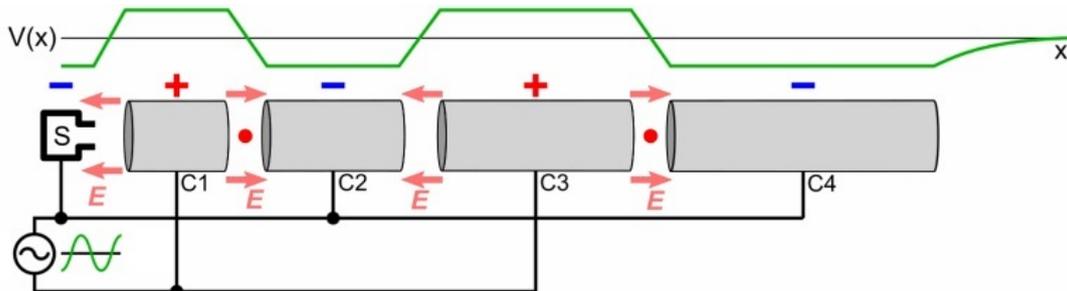


On considère un cyclotron pour lequel la tension d'accélération est un signal sinusoïdal d'amplitude 65 kV et de fréquence  $f = 30$  MHz. En sortie du cyclotron, les protons ont une énergie cinétique de 70 MeV. On suppose que les protons dans le cyclotron sont non-relativistes.

1. Discuter l'hypothèse de protons non-relativistes.
2. Indiquer le sens de  $\vec{B}$  sur la figure.
3. Montrer que le mouvement d'un proton à l'intérieur d'un Dé est circulaire uniforme et établir l'expression de la norme du champ magnétique  $B$ , en fonction de  $e$ ,  $m$  et  $\omega$  la vitesse de rotation, appelée également pulsation cyclotron.
4. Quelle doit être la relation entre la pulsation cyclotron  $\omega$  et la fréquence  $f$  de la tension entre les deux Dés, pour qu'un proton soit systématiquement accéléré entre les deux Dés ?
5. Estimer le rayon de ce cyclotron.
6. Estimer le nombre de tours effectués par les protons dans ce cyclotron.

## 7 Accélérateur linéaire

Les rayons X utilisés en médecine pour l'imagerie ou la radiothérapie, sont produits grâce à un faisceau d'électrons issu d'un accélérateur linéaire. Ce faisceau est focalisé de manière à bombarder une cible métallique. Le ralentissement des électrons par les atomes de la cible produit des rayons X.



Dans un accélérateurs linéaire, des particules chargées de vitesse initiale négligeable, sont accélérées entres des électrodes successives, dont la polarité est périodiquement inversée par une tension sinusoïdale d'amplitude  $U$  et de fréquence  $f$ .

1. Établir l'expression de la vitesse  $v_n$  d'une particule de charge  $q$  et de masse  $m$ , au niveau de la  $n$ -ième électrode.
2. Établir l'expression de la longueur  $L_n$  de la  $n$ -ième électrode.

## 8 Trajectoire dans un champ magnétostatique en coordonnées cartésiennes

On considère une particule de masse  $m$  et de charge  $q$  dans un champ magnétostatique uniforme  $\vec{B} = B\vec{u}_z$ . A l'instant  $t = 0$ , la particule se situe en  $O$  avec un vecteur vitesse  $\vec{v}(0) = v_0\vec{u}_x$ .

1. Établir le système de 2 équations différentielles couplées vérifié par  $x$  et  $y$ , ainsi que la loi  $z(t)$ .
2. Pour découpler le système, intégrer une équation et réinjecter dans l'autre. Déterminer complètement  $x(t)$  et  $y(t)$ . On pourra poser  $\omega = \frac{|q|B}{m}$ .
3. En déduire l'équation de la trajectoire. Quelle est la nature de la trajectoire? Déterminer son rayon  $R$  et les coordonnées de son centre  $C$ .
4. Le vecteur vitesse initial est maintenant  $\vec{v}(0) = v_{x0}\vec{u}_x + v_{z0}\vec{u}_z$ . Établir les lois  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $z(t)$ . Quelle est la nature de la trajectoire?