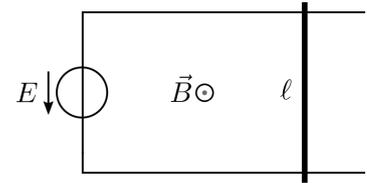


## 1 Moteur à courant continu dans la configuration des rails de Laplace

Une barre conductrice de masse  $m$  et de longueur  $\ell$  est placée sur deux rails conducteurs horizontaux, dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire  $\vec{B}$ , orthogonal aux rails. Les rails sont alimentés par un générateur délivrant une tension constante  $E$ . On note  $R$  la résistance totale du circuit.



1. Prévoir qualitativement le mouvement de la barre.
2. Établir les expressions de la vitesse  $v(t)$  de la tige et du courant  $i(t)$ .
3. Tracer l'allure des graphes  $v(t)$  et  $i(t)$
4. Établir le bilan de puissance.
5. Déterminer le rendement de la conversion électromécanique.

## 2 Spire en rotation uniforme dans un champ magnétique

Une spire de surface  $S$  de résistance  $R$  et d'inductance  $L$ , en liaison pivot d'axe  $Oz$ , est placée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B} = B\vec{u}_x$ . La spire est entraînée par un couple moteur de moment  $\Gamma_m$  par rapport à  $Oz$ . On note  $J$  le moment d'inertie de la spire par rapport à  $Oz$ .

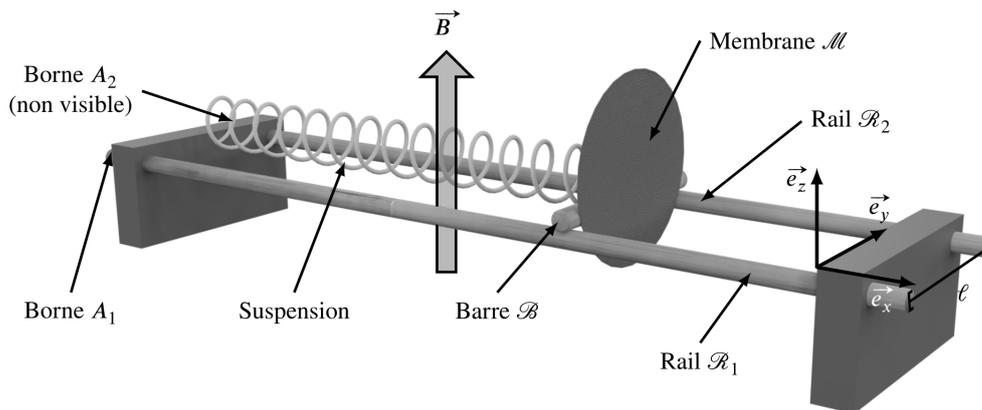
1. Prévoir qualitativement l'apparition d'un couple des actions de Laplace  $\vec{\Gamma}_L$ , dont on précisera le sens.
2. Établir les équations différentielles électrique et mécanique.
3. Établir le bilan de puissance.

On étudie le régime sinusoïdal, dans lequel la spire a une vitesse de rotation constante  $\omega$ . L'origine des temps est choisie telle que  $\theta = \omega t$ .

4. Que devient le bilan de puissance en moyenne ?
5. Établir les expressions de  $i(t)$  et  $\Gamma_m(t)$  en régime sinusoïdal, sous forme de combinaisons linéaires de  $\cos(\omega t)$  et  $\sin(\omega t)$ .
6. En déduire les expressions de  $\langle i \rangle$  et  $\langle \Gamma_m \rangle$ .

## 3 Haut-parleur : impédance et fonction de transfert

Un haut-parleur peut être modélisé par une membrane fixée à une barre conductrice de masse  $m$  et de longueur  $\ell$  sur des rails de Laplace, dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  orthogonal aux rails. Les rails sont alimentés par une tension sinusoïdale  $e(t) = E \cos(\omega t)$  fournissant le signal audio. Le circuit constitué des rails et de la barre conductrice a une résistance  $R$  et une inductance  $L$ . La barre conductrice est retenue par un ressort de raideur  $k$ , et soumise à une force de frottement  $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ , modélisant l'action de l'air sur la membrane.



1. Établir les équations électrique et mécanique.
2. Établir l'expression de l'impédance d'entrée du haut-parleur  $Z = \frac{e}{i}$ . La mettre sous la forme

$$Z = R + jL\omega + Z_m$$

où  $Z_m$  est l'impédance motionnelle du haut-parleur, traduisant les phénomènes mécaniques. Montrer que l'impédance motionnelle  $Z_m$  est équivalente à l'association parallèle d'une résistance  $R_m$ , d'une capacité  $C_m$  et d'une inductance  $L_m$ , dont on donnera les expressions.

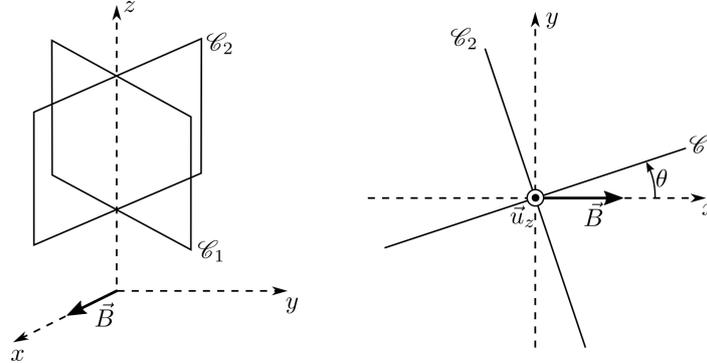
3. Établir l'expression de la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \frac{v}{e}$ . De quel type de filtre s'agit-il ?
4. Pourquoi les enceintes comportent-elles souvent plusieurs haut-parleurs ?
5. Faire un bilan de puissance. Donner la signification physique de chaque terme.

## 4 Freinage par induction

Deux cadres rectangulaires  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$ , identiques et solidaires, dont les plans forment un angle droit, sont en liaison pivot parfaite autour d'un axe  $Oz$ . On note  $J$  le moment d'inertie de l'ensemble des deux cadres par rapport à l'axe  $Oz$ . Il n'y a pas de contact électrique entre les deux cadres. Chaque cadre a une surface  $S$ , une résistance totale  $R$  et une inductance propre négligeable.

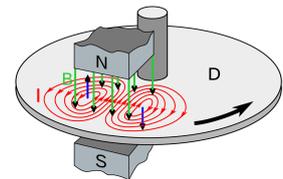
Le dispositif est placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B} = B\vec{u}_x$ .

A l'instant  $t = 0$ , les cadres sont lancés avec une vitesse angulaire  $\omega_0$ , depuis la position  $\theta = 0$ .



1. Établir la loi  $\omega(t)$ .
2. Déterminer l'énergie dissipée par effet Joule entre  $t = 0$  et  $t \rightarrow +\infty$ , de deux manières différentes.

Des systèmes de freinage à courants de Foucault sont utilisés notamment sur les véhicules poids lourds et sur les autocars. Ils sont constitués d'électroaimants fixes (stator) induisant des courants de Foucault dans des disques conducteurs (rotor) entraînés par les roues. Lorsque les électroaimants sont mis sous tension, les courants de Foucault induits dans les disques génèrent des forces de Laplace s'opposant au mouvement, donc générant un couple de freinage.



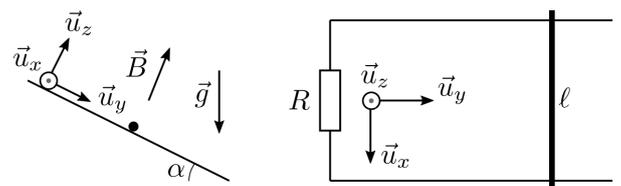
Le freinage étant généré par la vitesse des disques, ils ne permettent pas l'immobilisation d'un véhicule jusqu'à l'arrêt complet. C'est pour cela qu'ils ne fonctionnent qu'en complément de freins conventionnels.

Contrairement aux freins classiques qui dissipent l'énergie par frottement, le freinage électromagnétique fonctionne sans contact, donc sans usure de garniture. De plus sur les voitures électriques ou hybrides, le courant électrique induit permet de recharger une batterie.

## 5 Rails de Laplace inclinés

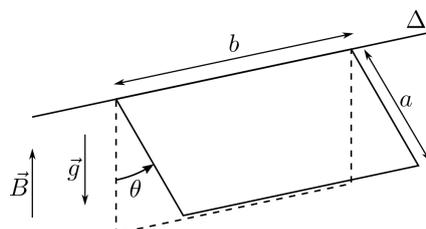
Une barre conductrice de masse  $m$  et de longueur  $\ell$  est lâchée sans vitesse initiale sur deux rails conducteurs, inclinés d'un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, connectés par une résistance  $R$ , dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$ , orthogonal aux rails, uniforme et stationnaire.

1. Prévoir qualitativement le mouvement du rail.
2. Établir l'expression de la vitesse  $v$  en fonction du temps.
3. Faire un bilan de puissance.



## 6 Oscillations d'un cadre (1)

Un cadre conducteur, pouvant tourner sans frottement autour d'un axe  $\Delta$  horizontal, est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  vertical, uniforme et stationnaire. La masse totale du cadre est  $m$ , son moment d'inertie par rapport à l'axe  $\Delta$  est  $J$ , sa résistance électrique est  $R$  et son inductance propre est négligée.

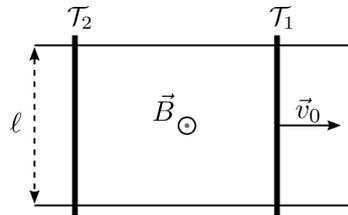


1. Établir l'équation du mouvement vérifiée par  $\theta(t)$ .
2. Linéariser cette équation dans la limite des petits angles et la mettre sous sa forme canonique, en faisant apparaître la pulsation propre  $\omega_0$  et le facteur de qualité  $Q$ .

## 7 Deux tiges en interaction

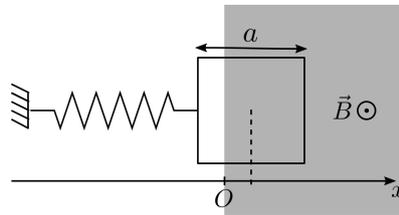
Deux tiges identiques  $\mathcal{T}_1$  et  $\mathcal{T}_2$ , chacune de masse  $m$  et de résistance  $R/2$ , sont posées sur deux rails parallèles horizontaux, distants de  $\ell$  (rails de Laplace). L'ensemble est plongé dans un champ magnétique vertical  $\vec{B}$ , uniforme et stationnaire.

A l'instant  $t = 0$ , la tige  $\mathcal{T}_2$  est immobile et la tige  $\mathcal{T}_1$  est lancée avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$ .



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité  $i(t)$ .
2. En déduire les lois  $i(t)$ ,  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$ . Tracer l'allure des graphes.
3. Déterminer l'énergie dissipée par effet Joule entre  $t = 0$  et  $t \rightarrow +\infty$ , de deux manières différentes.

## 8 Oscillations d'un cadre (2)



On considère un cadre conducteur de côté  $a$  et de résistance  $R$  (et d'inductance propre négligeable) astreint à se déplacer horizontalement dans la direction  $x$ . Le cadre est accroché par un ressort de raideur  $k$ . L'origine de l'axe  $x$  est choisie tel que, à l'équilibre, le centre du cadre soit situé en  $x = 0$ .

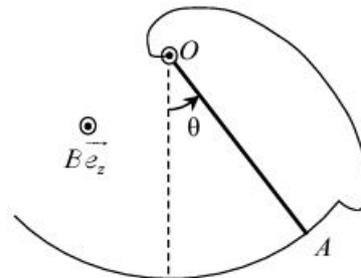
Dans la zone  $x > 0$  règne un champ magnétique uniforme stationnaire  $\vec{B} = B\vec{u}_z$ .

A l'instant  $t = 0$ , le cadre est lâché sans vitesse initiale, de la position  $x = a/2$ .

1. Établir l'équation du mouvement vérifiée par  $x(t)$ .
2. Discuter la nature du mouvement selon la valeur de  $B$ .
3. Déterminer l'énergie dissipée par effet Joule entre  $t = 0$  et  $t \rightarrow +\infty$ .

## 9 Freinage d'un pendule par induction

On considère une tige métallique  $OA$ , de masse  $m$  et de longueur  $\ell$ , en liaison pivot d'axe  $Oz$ , placée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ . L'extrémité  $A$  de la tige reste en contact avec un rail circulaire relié à l'autre extrémité par un fil conducteur. Le circuit a une résistance totale  $R$ . Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe  $Oz$  vaut  $\frac{1}{3}m\ell^2$ .



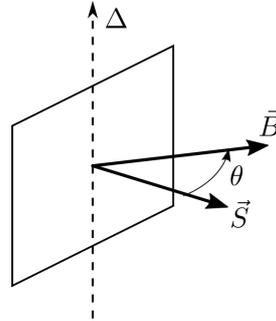
La tige est lâchée sans vitesse initiale d'un angle  $\theta_0$ .

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$ .
2. Établir la condition sur  $B$  pour que la tige revienne à sa position d'équilibre sans oscillations.
3. Faire un bilan d'énergie entre  $t = 0$  et  $t \rightarrow +\infty$ .

## 10 Moteur asynchrone

La machine asynchrone est la machine électrique la plus utilisée dans le domaine des puissances supérieures à quelques kilowatts car elle offre alors le meilleur rapport qualité/prix. Elle est notamment utilisée dans le transport (métro, trains, propulsion des navires, voitures électriques). Elle était à l'origine uniquement utilisée en moteur mais, grâce à l'électronique de puissance, elle est de plus en plus souvent utilisée en génératrice, par exemple dans les éoliennes.

Le rotor d'une machine asynchrone est un conducteur en court-circuit, modélisé par une spire, de surface  $S$  de résistance  $R$  et d'inductance  $L$ , en liaison pivot d'axe  $\Delta$ . Le stator crée un champ magnétique d'amplitude  $B$ , tournant à la vitesse  $\omega_s$  constante autour de  $\Delta$ .



1. Que vaut le courant  $i$  dans le rotor si le rotor tourne à la même vitesse que le champ magnétique? Le stator exerce-t-il un couple sur le rotor dans ce cas?

Le moteur entraîne une charge de couple résistant constant. On étudie le fonctionnement de la machine en régime sinusoïdal établi, c'est-à-dire lorsque le rotor tourne à une vitesse de rotation  $\omega_r$  constante. L'angle entre le vecteur surface du rotor et le champ magnétique créé par le stator est noté  $\theta(t) = \Omega t$ , où  $\Omega = \omega_s - \omega_r$ .

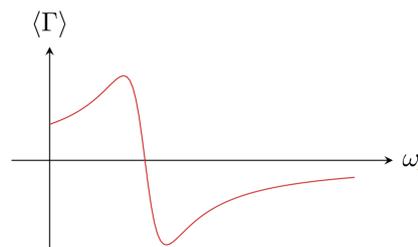
2. Établir l'expression de l'intensité  $i$  du courant dans le rotor en régime sinusoïdal, sous la forme

$$i(t) = \alpha \cos(\Omega t) + \beta(\Omega t)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes que l'on exprimera en fonction de  $B$ ,  $S$ ,  $R$ ,  $L$  et  $\Omega$ .

3. Établir l'expression du moment scalaire  $\Gamma_L$  du couple des actions de Laplace exercé sur le rotor. En déduire le couple moyen  $\langle \Gamma_L \rangle$ .

Le graphe de  $\langle \Gamma_L \rangle$  en fonction de la vitesse de rotation  $\omega_r$  est représenté ci-dessous.



4. Placer  $\omega_s$  sur l'axe des abscisses.
5. Pour quelles valeurs de  $\omega_r$  la machine fonctionne-t-elle en moteur/générateur?
6. Pour quelles valeurs de  $\omega_r$ , le fonctionnement moteur est-il stable?
7. Un moteur asynchrone peut-il démarrer seul? Même question pour un moteur synchrone?