

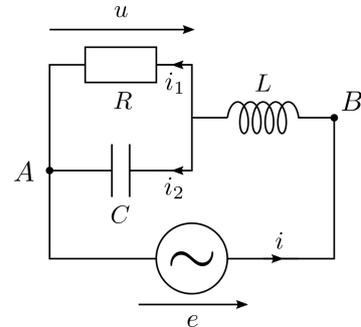
DS n° 4 de Physique-Chimie

Durée : 3h
Calculatrice autorisée

1 Étude d'un circuit électrique en régime sinusoïdal forcé

On étudie le circuit ci-contre, alimenté par une source idéale de tension de pulsation ω . En régime permanent, on note :

- $e(t) = E \cos(\omega t)$
- $i(t) = I \cos(\omega t + \phi)$
- $i_1(t) = I_1 \cos(\omega t + \phi_1)$
- $i_2(t) = I_2 \cos(\omega t + \phi_2)$
- $u(t) = U \cos(\omega t + \psi)$



1.1 Étude du circuit dans un cas particulier

1. Établir l'expression de L en fonction de R , C et ω , pour que le dipôle AB soit équivalent à une résistance pure R_{eq} , dont on donnera l'expression.

On se place dans ce cas particulier dans la suite de la partie 1.1.

2. Établir les expressions de I et ϕ en fonction de E , R , C et ω .
3. Établir les expressions de I_1 et ϕ_1 , en fonction de E , R , C et ω .
4. Établir les expressions de I_2 et ϕ_2 , en fonction de E , R , C et ω .

1.2 Étude du circuit dans le cas général

Étude de la tension

5. Établir l'expression de l'amplitude complexe de la tension u et la mettre sous la forme :

$$\underline{U} = \frac{U_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$

en précisant les expressions de U_0 , ω_0 et Q .

6. Établir la condition de résonance en u et l'expression de la pulsation de résonance en fonction de ω_0 et Q .
7. Déterminer les valeurs de U et ψ dans les limites $\omega \ll \omega_0$ et $\omega \gg \omega_0$, ainsi qu'à la pulsation propre ω_0 .
8. Représenter l'allure des graphes $U(\omega)$ et $\psi(\omega)$ pour $Q = 1$.

Étude de l'intensité

9. Établir l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité i et la mettre sous la forme :

$$\underline{I} = I_0 \frac{1 + jQ \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$

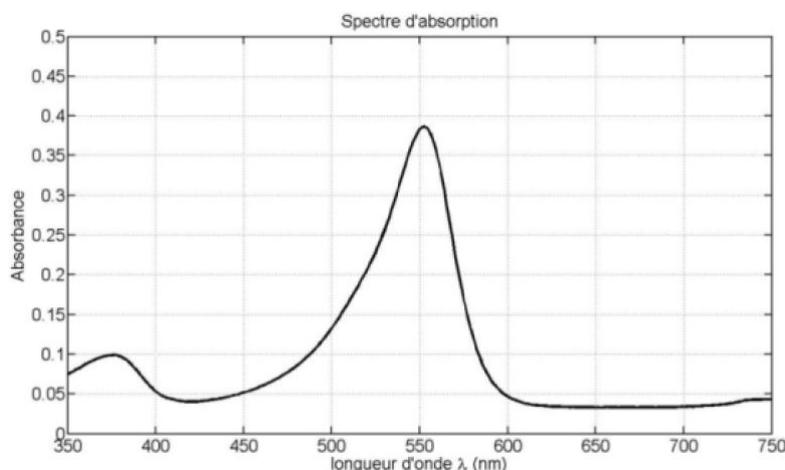
en précisant les expressions de I_0 , ω_0 et Q .

10. Déterminer les valeurs de I et ϕ dans les limites $\omega \ll \omega_0$ et $\omega \gg \omega_0$.
11. Déterminer les expressions de I et ϕ à la pulsation propre ω_0 , en fonction de I_0 et Q .
12. Représenter l'allure des graphes $I(\omega)$ et $\phi(\omega)$ pour $Q = 1$.

2 Décoloration de la phénolphtaléine

Donnée - constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

La phénolphtaléine est un indicateur coloré des solutions basiques. Pour un pH supérieur à 9,4, sa forme basique, notée symboliquement φ^{2-} , est colorée. Son spectre d'absorption est représenté ci-dessous.



Cependant, cette coloration disparaît lentement sous l'effet de la réaction



On étudie la cinétique de cette réaction en supposant dans un premier temps que φOH^{3-} ne joue pas de rôle. On cherche donc à vérifier si la loi de vitesse de cette réaction peut s'écrire

$$v = k[\text{HO}^-]^m[\varphi^{2-}]^n$$

On prépare une solution de soude en introduisant un volume $V_0 = 25 \text{ mL}$ de la solution mère à la concentration $c_0 = 4,00 \times 10^{-1} \text{ mol/L}$ dans une fiole jaugée de 100 mL que l'on complète avec de l'eau distillée. Le contenu de la fiole est versé dans un erlenmeyer. On ajoute ensuite à l'instant $t = 0$ un volume $V'_0 = 0,5 \text{ mL}$ de la solution de phénolphtaléine de concentration $c'_0 = 1,6 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$. La solution se colore instantanément, puis se décolore progressivement. La température est maintenue à 20°C .

La réaction est suivie par spectrophotométrie. La phénolphtaléine étant la seule espèce colorée en solution, la loi de Beer-Lambert s'écrit

$$A = \epsilon(\lambda)\ell[\varphi^{2-}]$$

où $\epsilon(\lambda)$ est le coefficient d'extinction molaire de la phénolphtaléine et ℓ la longueur de solution traversée.

13. A quelle longueur d'onde de travail faut-il relever l'absorbance de la solution ?
14. Quelle est la couleur de la phénolphtaléine ? Justifier.
15. Déterminer la concentration c_1 de la solution en HO^- avant l'introduction de la phénolphtaléine. Justifier qu'après l'introduction de la phénolphtaléine on peut considérer à l'instant initial $[\text{HO}^-](0) \simeq c_1$. On fera cette approximation dans toute la suite.
16. Déterminer la concentration $c_2 = [\varphi^{2-}](0)$ de la solution en phénolphtaléine à l'instant initial.
17. Comparer ces deux concentrations et en déduire une forme apparente de la loi de vitesse. On notera k_{ap} la constante cinétique apparente. Comment se nomme cette situation cinétique ?
18. Montrer que dans l'hypothèse $n = 1$, on a

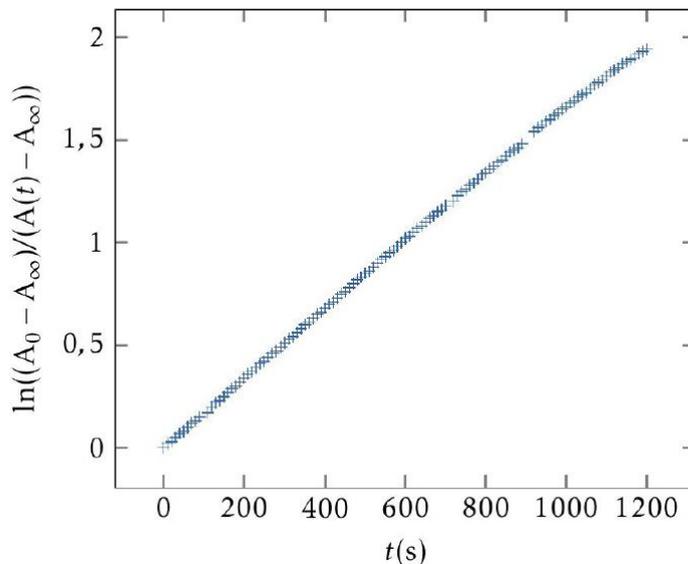
$$\ln\left(\frac{A_0}{A(t)}\right) = k_{\text{ap}}t$$

19. Montrer que dans l'hypothèse $n = 2$, on a

$$\frac{A_0}{A(t)} = 1 + k_{\text{ap}}c_2t$$

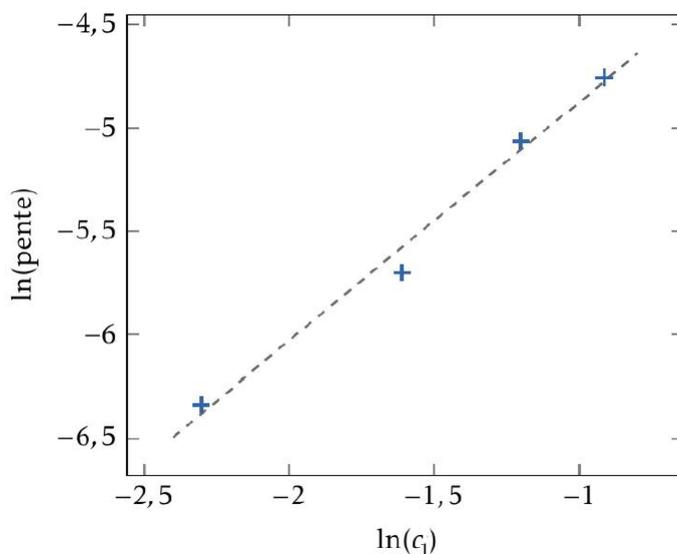
Il s'avère que la décoloration de la solution n'est pas totale. Les résultats précédents demeurent valides, à condition de remplacer l'absorbance A par la différence d'absorbance $A - A_\infty$ par rapport à l'absorbance finale A_∞ de la solution.

On a représenté ci-dessous l'évolution de $F(t) = \ln\left(\frac{A_0 - A_\infty}{A(t) - A_\infty}\right)$ au cours du temps.



20. En déduire les valeurs de n et k_{ap} .

La même expérience est reproduite à plusieurs reprises pour différentes valeurs de la concentration c_1 en ions hydroxyde, à la même température de 20°C. On détermine pour chaque expérience la pente p du graphe représentant $F(t)$ par régression linéaire. Les résultats sont donnés ci-dessous.



21. En déduire les valeurs de m et k .

On reproduit la série d'expérience précédente dans un bain-marie à 50°C. On obtient alors une valeur de k quatre fois plus grande.

22. Déterminer l'énergie d'activation de la réaction.

Contrairement aux hypothèses faites précédemment, déterminer complètement la vitesse de réaction exige de prendre en compte non seulement le sens direct mais aussi le sens inverse. On admet que la loi de vitesse s'écrit alors

$$v = v_{\rightarrow} - v_{\leftarrow} = k[\text{HO}^-][\varphi^{2-}] - k'[\varphi\text{OH}^{3-}]$$

23. Dans le cas où les ions hydroxyde sont largement excès, montrer que l'avancement volumique vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dx}{dt} + (kc_1 + k')x = kc_1c_2$$

24. En déduire l'expression de l'avancement à l'état final x_∞ . Comparer x_∞ et x_{\max} . Que peut-on dire de la réaction ?

25. Expliquer l'origine de l'absorbance A_∞ et donner son expression en fonction de A_0 , c_1 , k et k' .

26. Exprimer la constante d'équilibre K° de la réaction en fonction des constantes de vitesse k et k' .

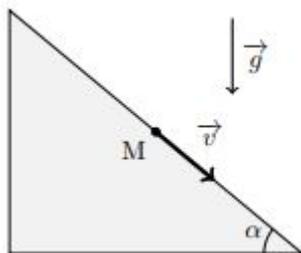
3 Physique de la luge

La luge est devenue un sport olympique en 1964 à Innsbruck (Autriche). Le lugeur est allongé, sur le dos et les pieds en avant, sur la luge qui glisse sur une piste de glace. Les spécialistes peuvent atteindre des vitesses supérieures à 100 km/h. La piste d'Innsbruck a une longueur de 1270 m.

Pour la modélisation, on assimile l'ensemble {luge+lugeur} (désigné par la suite sous le terme simple de luge) à un point matériel M de masse $m = 100$ kg. La piste est considérée comme un référentiel galiléen. L'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

3.1 Descente rectiligne

Après la phase de poussée, la luge atteint une vitesse $v_0 = 5,0 \text{ m.s}^{-1}$. Elle descend ensuite une piste rectiligne de pente constante, inclinée de 10% (on descend verticalement de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note α l'angle que fait la piste avec l'horizontale. L'origine des temps est fixée juste après la phase de poussée. On suppose que la luge franchit la ligne d'arrivée avec une vitesse $v_a = 30 \text{ m.s}^{-1}$.

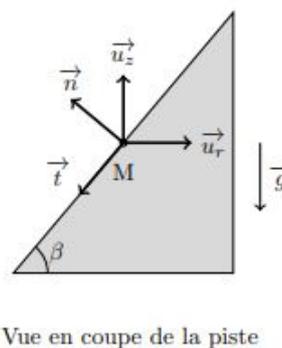
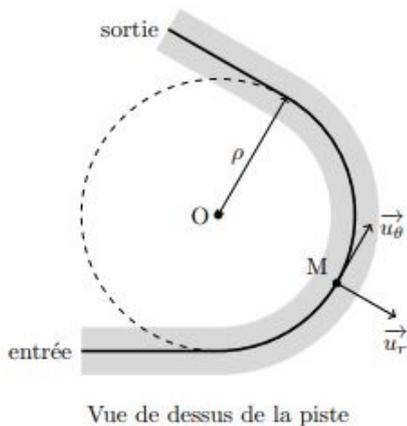


Les frottements solides de la piste sur la luge sont négligés devant les autres forces en jeu. On modélise les frottements de l'air par une force de la forme : $\vec{f} = -\lambda v \vec{v}$, où λ est un coefficient de frottement inconnu.

27. Dans cette question, on néglige tous les frottements, y compris les frottements de l'air. Établir l'expression de la distance d parcourue lorsque la luge atteint $v_a = 30 \text{ m.s}^{-1}$, en fonction de v_0 , v_a , g et α . Calculer d . En déduire qu'il est nécessaire de prendre en compte les frottements de l'air.
28. Établir l'équation différentielle (1) vérifiée par la vitesse $v(t)$, en prenant en compte les frottements de l'air.
29. En déduire l'expression de la vitesse limite atteinte par la luge en fonction de m , g , λ et α . En supposant que cette vitesse limite est égale à la vitesse v_a , calculer λ .
30. Écrire un programme python pour résoudre l'équation différentielle (1) avec la condition initiale $v(0) = v_0$ sur l'intervalle $[0, 60 \text{ s}]$, par la méthode d'Euler. On prendra un pas de temps de 0,1 s. Le programme calculera les valeurs de v en m/s aux différents instants, que l'on stockera dans une liste v .

3.2 Virage circulaire

A présent, le point M est en mouvement circulaire uniforme à la vitesse v , sur un cercle de rayon ρ . La piste est inclinée latéralement d'un angle $\beta \in]0, \frac{\pi}{2}[$. La trajectoire se situe dans un plan horizontal : $\vec{v} = v \vec{u}_\theta$. Le trièdre de vecteurs unitaires $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ est orthonormé direct. On désigne par $\vec{R} = R_n \vec{n} + R_t \vec{t}$, la réaction de la piste, qui n'est plus uniquement normale. La réaction tangentielle est due aux frottements de la glace. Les vecteurs unitaires \vec{n} (normal) et \vec{t} (tangent) sont définis sur la figure de droite ci-dessous



On néglige les frottements de l'air.

31. Établir les expressions des composantes R_n et R_t de la réaction de la piste, en fonction de v , ρ , β , g et m .
32. Montrer qu'en l'absence de frottement latéral, on ne pourrait aborder le virage qu'à une vitesse critique v_c que l'on exprimera. Exprimer alors R_t en fonction de m , ρ , β , et $(v^2 - v_c^2)$.

Les frottements permettent d'avoir une certaine marge de vitesse dans le virage. Soit $f = 0,4$ le coefficient de frottement latéral de la luge sur la piste de glace. Les lois du frottement solide indiquent que la luge ne dérape pas tant que $|R_t| < f|R_n|$. Dans la suite des questions, on ne considère que le cas $v \geq v_c$ ce qui correspond à un dérapage possible vers l'extérieur du virage.

33. Montrer que la vitesse doit respecter l'inégalité suivante pour éviter le dérapage :

$$v^2 (\cos \beta - f \sin \beta) \leq g\rho (\sin \beta + f \cos \beta)$$

34. En déduire que si l'inclinaison β est suffisante, il n'y aura jamais dérapage quelle que soit la vitesse v . Donner l'inclinaison minimale à respecter, qui dépend uniquement du coefficient f . Faire l'application numérique, en degrés.
35. Si cette inclinaison minimale n'est pas respectée, montrer que la condition de non dérapage impose une vitesse v à ne pas dépasser, à exprimer en fonction de g , ρ , β et f .

Correction du DS n° 4

1 Étude d'un circuit électrique en régime sinusoïdal forcé

1. L'impédance du dipôle AB s'écrit

$$Z_{AB} = jL\omega + \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega} = jL\omega + R \frac{1 - jRC\omega}{1 + (RC\omega)^2}$$

Si le dipôle est équivalent à une résistance, alors $\text{Im}(Z_{AB}) = 0$, donc

$$L = \frac{R^2 C}{1 + (RC\omega)^2}$$

On a alors

$$Z_{AB} = R_{\text{éq}} = \frac{R}{1 + (RC\omega)^2}$$

2. $e = R_{\text{éq}} i$ donc $\phi = 0$ et

$$I = \frac{E}{R} (1 + (RC\omega)^2)$$

3. Diviseur de courant :

$$I_1 = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + jC\omega} I = \frac{E}{R} \frac{1 + (RC\omega)^2}{1 + jRC\omega}$$

Donc

$$I_1 = \frac{E}{R} \sqrt{1 + (RC\omega)^2}$$

$$\phi_1 = -\arg(1 + jRC\omega) = -\arctan(RC\omega)$$

4. Diviseur de courant :

$$I_2 = \frac{jC\omega}{\frac{1}{R} + jC\omega} I = EC\omega \frac{1 + (RC\omega)^2}{RC\omega - j}$$

Donc

$$I_2 = EC\omega \sqrt{1 + (RC\omega)^2}$$

$$\phi_2 = -\arg(RC\omega - j) = \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$$

5. Diviseur de tension :

$$U = \frac{\left(R \parallel \frac{1}{jC\omega}\right)}{\left(R \parallel \frac{1}{jC\omega}\right) + jL\omega} E = \frac{E}{1 + jL\omega\left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)} = \frac{E}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}$$

On identifie $U_0 = E$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q\omega_0 = \frac{R}{L}$, soit $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$.

6.

$$U = |U| = \frac{E}{\sqrt{f\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}}$$

avec

$$f(x) = (1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}$$

On étudie les variations de f .

$$f'(x) = -4x(1 - x^2) + \frac{2x}{Q^2} = 4x \left(x^2 - 1 + \frac{1}{2Q^2}\right)$$

f admet un minimum en $x_r = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$, si $1 - \frac{1}{2Q^2} > 0$

donc U admet une résonance en $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$, si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

7. $\underline{U} \underset{\omega \gg \omega_0}{\sim} -\frac{E\omega_0^2}{\omega^2}$ donc $U \rightarrow 0$ et $\psi \rightarrow -\pi$.
 $\underline{U} \underset{\omega \ll \omega_0}{\sim} E$ donc $U \rightarrow E$ et $\psi \rightarrow 0$.
 En $\omega = \omega_0$, $\underline{U} = -jQE$, donc $U = QE$ et $\psi = -\frac{\pi}{2}$
8. Il faut bien respecter $U(\omega_0) = E$
- 9.

$$\underline{I} = \frac{E}{Z_{AB}} = \frac{E}{R} \frac{1 + jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}$$

On identifie $I_0 = \frac{E}{R}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$.

10. En $\omega \ll \omega_0$, $\underline{I} \sim I_0$ donc $I \rightarrow I_0$ et $\phi \rightarrow 0$
 En $\omega \ll \omega_0$, $\underline{I} \sim I_0 \frac{j\frac{\omega_0}{\omega}}{-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}} = I_0 \frac{Q\omega_0}{j\omega}$ donc $I \rightarrow 0$ et $\phi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$
11. En ω_0 ,

$$\underline{I} = I_0 \frac{1 + jQ}{\frac{j}{Q}} = I_0 Q(Q - j)$$

donc $I = I_0 Q \sqrt{1 + Q^2}$ et $\phi = -\arctan(\frac{1}{Q})$.

12. Pour $Q = 1$, on a $I(\omega_0) = I_0 \sqrt{2} > I_0$, donc il y a résonance. Il faut également respecter $\phi(\omega_0) = -\frac{\pi}{4}$.

2 Décoloration de la phénolphtaléine

13. D'après le spectre d'absorption, la phénolphtaléine absorbe dans le vert, donc la solution est perçue de la couleur complémentaire, c'est-à-dire le magenta (rouge + bleu).
14. Il faut mesurer l'absorbance au maximum d'absorption, $\lambda = 551$ nm, pour minimiser l'incertitude relative et minimiser l'erreur en cas de fluctuation de la longueur d'onde.
15. On a réalisé une dilution. $c_0 V_0 = c_1 V_1$, donc $c_1 = 0,10$ mol/L. Le volume V_0' étant négligeable devant $V = 100$ mL, la concentration initiale n'est pas modifiée par l'ajout de la solution de phénolphtaléine.
16. $c_2 = \frac{c_0' V_0'}{V + V_0'} \simeq \frac{c_0' V_0'}{V} = 8,0 \times 10^{-5}$ mol/L.
17. $c_2 \ll c_1$. Les ions hydroxydes étant largement en excès, leur concentration ne varie pratiquement pas, soit $[\text{HO}^-] \simeq c_1$. On parle de dégénérescence de l'ordre
 Ainsi $v = k c_1^m [\varphi^{2-}]^n = k_{\text{ap}} [\varphi^{2-}]^n$, avec $k_{\text{ap}} = k c_1^m$.
18. On suppose $n = 1$

$$\begin{aligned} \frac{d[\varphi^{2-}]}{dt} &= -v = -k_{\text{ap}} [\varphi^{2-}] \\ \int \frac{d[\varphi^{2-}]}{[\varphi^{2-}]} &= \int -k_{\text{ap}} dt \\ \ln \frac{[\varphi^{2-}]}{c_2} &= -k_{\text{ap}} t \end{aligned}$$

Or A est proportionnelle à $[\varphi^{2-}]$ donc $\frac{[\varphi^{2-}]}{c_2} = \frac{A}{A_0}$, d'où

$$\ln \frac{A_0}{A} = k_{\text{ap}} t$$

19. On suppose $n = 2$.

$$\begin{aligned} \frac{d[\varphi^{2-}]}{dt} &= -v = -k_{\text{ap}} [\varphi^{2-}]^2 \\ \int -\frac{d[\varphi^{2-}]}{[\varphi^{2-}]^2} &= \int k_{\text{ap}} dt \\ \frac{1}{[\varphi^{2-}]} - \frac{1}{c_2} &= k_{\text{ap}} t \\ \frac{c_2}{[\varphi^{2-}]} &= 1 + k_{\text{ap}} c_2 t \\ \frac{A_0}{A} &= 1 + k_{\text{ap}} c_2 t \end{aligned}$$

20. Le graphe de $F(t)$ est une droite passant par l'origine, ce qui valide l'hypothèse $n = 1$. Le coefficient directeur de cette droite est $k_{\text{ap}} = \frac{1}{600} \text{ s}^{-1}$.

21. $k_{\text{ap}} = kc_1^m$, donc $\ln k_{\text{ap}} = \ln k + m \ln c_1$. Le coefficient directeur de la droite est $m = \frac{-5+6}{-1, 1+2} \simeq 1$.

En utilisant par exemple le point de coordonnées (-2,-6) et la pente, on détermine l'ordonnée à l'origine, soit $\ln k = -6 + 2 \times 1 = -4$, donc $k \simeq e^{-4} \text{ L.mol}^{-1}.\text{s}^{-1}$.

22. D'après la loi d'Arrhénius,

$$\frac{d(\ln k)}{dT} = \frac{E_a}{RT^2}$$

On intègre entre T_1 et T_2 ,

$$\ln \left(\frac{k_2}{k_1} \right) = -\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$E_a = R \frac{\ln \left(\frac{k_2}{k_1} \right)}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

AN : $T_1 = 273 + 20 \text{ K}$, $T_2 = 273 + 50 \text{ K}$ et $\frac{k_2}{k_1} = 4$
 $E_a = 36 \text{ kJ/mol}$

23. D'après le tableau d'avancement, on a $[\varphi^{2-}] = c_2 - x$ et $[\varphi\text{OH}^{3-}] = x$, donc

$$v = \frac{dx}{dt} = kc_1(c_2 - x) - k'x$$

$$\frac{dx}{dt} + (kc_1 + k')x = kc_1c_2$$

24. A l'état final $\frac{dx}{dt} = 0$, donc $x_\infty = \frac{kc_1c_2}{kc_1 + k'}$.

$x_{\text{max}} = c_2$

$kc_1 < kc_1 + k'$ donc $x_\infty < x_{\text{max}}$. La réaction n'est pas totale : l'état final est un équilibre chimique.

25. La réaction n'étant pas totale, il reste de la phénolphtaléine à l'état final. Par conséquent l'absorbance finale n'est pas nulle.

$$\frac{A_\infty}{A_0} = \frac{[\varphi^{2-}]_f}{c_2} = \frac{c_2 - x_\infty}{c_2} = 1 - \frac{kc_1}{kc_1 + k'}$$

$$A_\infty = A_0 \left(1 - \frac{kc_1}{kc_1 + k'} \right)$$

26.

$$K^\circ = \frac{[\varphi\text{OH}^{3-}]}{[\text{HO}^-][\varphi^{2-}]}$$

A l'équilibre $v = 0$, donc $k[\text{HO}^-][\varphi^{2-}] = k'[\varphi\text{OH}^{3-}]$, c'est-à-dire $K^\circ = k/k'$.

3 Physique de la luge

3.1 Descente rectiligne

27. Bilan des forces :

— poids : $\vec{P} = m\vec{g}$, force conservative associée à $E_{\text{pp}} = mgz$ (avec \vec{u}_z vertical vers le haut)

— réaction normale de la piste : $\vec{R} \perp \vec{v}$ ne travaille pas

D'après le théorème de l'énergie mécanique, l'énergie mécanique se conserve :

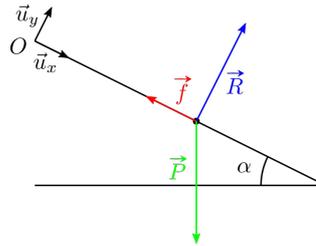
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0 = \frac{1}{2}mv_a^2 + mgz_a$$

La distance parcourue est

$$d = \frac{z_0 - z_a}{\sin \alpha} = \frac{v_a^2 - v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

$d = 440 \text{ m}$ La longueur de la piste n'est pas négligeable devant cette distance. Il est donc nécessaire de prendre en compte les frottements de l'air.

28.



On a $\vec{v} = v\vec{u}_x$ et $\vec{a} = \dot{v}\vec{u}_x$. Les forces s'écrivent :

— poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg(\sin\alpha\vec{u}_x - \cos\alpha\vec{u}_y)$

— réaction de la piste : $\vec{R} = R\vec{u}_y$

— frottements de l'air : $\vec{f} = -\lambda v^2\vec{u}_x$

On projette le principe fondamental de la dynamique sur \vec{u}_x : $m\dot{v} = mg\sin\alpha - \lambda v^2$

$$\dot{v} + \frac{\lambda}{m}v = g\sin\alpha \quad (1)$$

29. Quand la luge a atteint la vitesse limite, $\dot{v} = 0$, donc $v_a = \sqrt{\frac{mg\sin\alpha}{\lambda}}$, d'où $\lambda = \frac{mg\sin\alpha}{v_a^2} = 0,11 \text{ kg/m}$

30. $\frac{\lambda}{m} = 1,1 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ et $g\sin\alpha = 0,995 \text{ m.s}^{-2}$

```
def dvdt(v):
    return 0.995-1.1e-3*v**2
v=[5]
for i in range(600):
    v.append(v[i]+dvdt(v[i])*0.1)
```

3.2 Virage circulaire

31. On utilise la base $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{u}_\theta)$.

$\vec{v} = v\vec{u}_\theta$ avec $v = \rho\dot{\theta}$

$\vec{a} = -\rho\dot{\theta}^2\vec{u}_r = -\frac{v^2}{\rho}\vec{u}_r = -\frac{v^2}{\rho}(-\cos\beta\vec{t} - \sin\beta\vec{n})$

$\vec{P} = m\vec{g} = mg(\sin\beta\vec{t} - \cos\beta\vec{n})$

$\vec{R} = R_t\vec{t} + R_n\vec{n}$

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$

En projetant sur \vec{t} et \vec{n} , on obtient :

$$\begin{cases} R_t = m\frac{v^2}{\rho}\cos\beta - mg\sin\beta \\ R_n = m\frac{v^2}{\rho}\sin\beta + mg\cos\beta \end{cases}$$

32. En l'absence de frottement latéral, $R_t = 0$, d'où $v_c = \sqrt{\rho g \tan\beta}$

$$R_t = \frac{m}{\rho}\cos\beta(v^2 - v_c^2)$$

33. $v \geq v_c$ donc $R_t \geq 0$

$$\begin{aligned} R_t < fR_n &\Leftrightarrow \frac{v^2}{\rho}\cos\beta - g\sin\beta < f\left(\frac{v^2}{\rho}\sin\beta + g\cos\beta\right) \\ &\Leftrightarrow v^2(\cos\beta - f\sin\beta) < g\rho(\sin\beta + f\cos\beta) \end{aligned}$$

Dans le cas d'égalité, on est à la limite de glissement, mais il n'y a pas glissement.

34. $g\rho(\sin\beta + f\cos\beta) > 0$ donc l'inégalité précédente est vérifiée quelque soit v si $(\cos\beta - f\sin\beta) \leq 0$, c'est-à-dire $\tan\beta \geq \frac{1}{f}$

$$\beta_{\min} = \arctan\frac{1}{f} = 68^\circ$$

35.

$$v^2(\cos\beta - f\sin\beta) \leq g\rho(\sin\beta + f\cos\beta) \Leftrightarrow v \leq \sqrt{\rho g \frac{\sin\beta + f\cos\beta}{\cos\beta - f\sin\beta}}$$

Commentaires du DS n° 4 de Physique-Chimie

Vérifiez l'homogénéité de vos équations! Vérifiez l'homogénéité de vos équations!

3. En général, la méthode la plus rapide
 - quand on cherche une intensité et qu'on connaît une tension, est d'utiliser l'impédance équivalente
 - quand on cherche une tension et qu'on connaît une intensité, est d'utiliser l'impédance équivalente
 - quand on cherche une tension et qu'on connaît une tension, est d'utiliser le diviseur de tension
 - quand on cherche une intensité et qu'on connaît une intensité, est d'utiliser le diviseur de courant
6. Attention à la rédaction lorsqu'on établit la condition de résonance. La condition de résonance n'est pas $f'(x) > 0$, c'est-à-dire $x > 1 - \frac{1}{2Q^2}$. Résoudre l'inéquation $f'(x) > 0$ permet juste d'étudier le signe de $f'(x)$ en fonction de x . La condition de résonance est que f' change de signe sur \mathbf{R}_+^* , c'est-à-dire $1 - \frac{1}{2Q^2} > 0$.
7. Il est plus facile de chercher un équivalent de \underline{U} puis de prendre le module et l'argument, que de prendre d'abord le module et l'argument de \underline{U} puis de chercher des équivalents.
14. Les 3 couleurs primaires de la synthèse additive sont le bleu ($\lambda \in [400 \text{ nm}, 500 \text{ nm}]$), le vert ($\lambda \in [500 \text{ nm}, 600 \text{ nm}]$) et le rouge ($\lambda \in [600 \text{ nm}, 700 \text{ nm}]$). Leurs couleurs complémentaires sont respectivement le jaune (= vert + rouge), le magenta (= bleu + rouge) et le cyan (= bleu + vert).
15. L'approximation $[\text{HO}^-](0) \simeq c_1$ n'a rien à voir avec la dégénérescence de l'ordre ($\forall t, [\text{HO}^-](t) \simeq [\text{HO}^-](0)$). L'approximation $[\text{HO}^-](0) \simeq c_1$ consiste juste à négliger l'effet de dilution dû à l'ajout du volume de solution de phénolphthaléine.
17. Il ne suffit qu'un réactif soit en excès pour avoir dégénérescence de l'ordre : il faut qu'il soit en **large** excès.
22. Ne pas énoncer directement $k = Ae^{-\frac{E_a}{RT}}$. Il faut établir cette formule à partir de la loi d'Arrhénius.
24. Inutile de résoudre l'équation homogène pour déterminer x_∞ . On peut simplement simplement utiliser que $\frac{dx}{dt} \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$.
25. Ne pas confondre :
 - réaction non-totale ou qui conduit à un équilibre chimique, c'est-à-dire $x_\infty < x_{\max}$
 - et réaction limitée c'est-à-dire $x_\infty \ll x_{\max}$
26. Il manque la concentration standard dans la correction : $K^\circ = \frac{kc^\circ}{k'}$
Ne pas confondre les notations c° (« c standard ») et c_0 (« c zéro »).
27. Lorsqu'on cherche une position particulière ou la vitesse à une position particulière, la méthode la plus rapide est le théorème de l'énergie mécanique.
Le choix du repère doit être guidé par le mouvement. En particulier pour un mouvement rectiligne, il faut définir un axe dans la direction du mouvement. Le vecteur-position n'a alors qu'une seule coordonnée.
Une grandeur physique n'est jamais grande ou petite dans l'absolu. « La distance pour atteindre v_a est trop courte » n'est pas pertinent : il faut préciser par rapport à quoi.
30. Ne pas confondre :
 - méthode d'Euler : $\frac{dv}{dt}(t_i) \simeq \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{h}$, d'où $v(t_{i+1}) \simeq v(t_i) + h \frac{dv}{dt}(t_i)$
 - et calcul numérique approché de la dérivée : $\frac{dv}{dt}(t_i) \simeq \frac{v(t_{i+1}) - v(t_{i-1}))}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

Ah au fait, j'oubliais : VÉRIFIEZ L'HOMOGÉNÉITÉ DE VOS ÉQUATIONS !