DS n° 5 de Physique-Chimie

Durée : 3h

Calculatrice autorisée

1 Étude de l'interaction entre deux ions

On étudie l'interaction entre un anion chlorure Cl^- et un cation sodium Na^+. L'anion Cl^- est supposé fixe au point O, tandis que le cation Na^+, assimilé à un point matériel M de masse m, est libre de se déplacer dans la direction x. Dans le référentiel de l'anion, supposé galiléen, le cation est soumis à une force de la part de l'anion :

$$\vec{F} = \left(\frac{b}{x^3} - \frac{a}{x^2}\right)\vec{u}_x$$

où a et b sont deux constantes positives. Le terme $-\frac{a}{x^2}\vec{u}_x$ modélise l'attraction électrostatique à grande distance. Le terme $\frac{b}{x^3}\vec{u}_x$ modélise la répulsion des deux nuages électroniques à très courte distance. On néglige la pesanteur.

Données :

— Charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C

— Permittivité du vide (ou constante diélectrique) : $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ SI (dans les unités du système international)

— Constante d'Avodagro : $\mathcal{N}_\mathrm{A} = 6,0 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$

— Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \times 10^8$ m/s

— Masse molaire du sodium : $M_\mathrm{Na} = 23$ g/mol

— Norme de la force électrostatique entre 2 charges ponctuelles q_1 et q_2 distantes de r : $F_e = \dfrac{|q_1 q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

1. Exprimer la masse m du cation en fonction des données et calculer sa valeur.
2. Exprimer la constante a en fonction de la charge élémentaire e et de la permittivité du vide ε_0. Calculer sa valeur. On exprimera son unité en fonction du newton et du mètre.
3. Montrer que la force $\vec{F}$ est une force conservative en exprimant l'énergie potentielle associée E_p. On pourra fixer $\lim\limits_{x\to+\infty} E_\mathrm{p} = 0$.
4. Déterminer la position d'équilibre $x_\text{éq}$ en fonction de a et b et étudier sa stabilité.
5. La distance Na^+Cl^- dans un cristal de chlorure de sodium est de 0,28 nm. En déduire la valeur de la constante b. On exprimera son unité en fonction du newton et du mètre.
6. Tracer l'allure du graphe $E_\mathrm{p}(x)$. Placer $x_\text{éq}$ sur le graphe.
7. Indiquer selon la valeur de l'énergie mécanique E_m, dans quel cas le cation se trouve dans un état lié ou dans un état de diffusion.
8. En déduire l'expression de l'énergie de la liaison ionique NaCl, c'est-à-dire l'énergie minimale qu'il faut fournir au cation pour le faire passer de l'état d'équilibre à un état de diffusion. Calculer l'énergie molaire de liaison (en kJ/mol), c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour briser 1 mol de liaisons.
9. Montrer qu'au voisinage de la position $x_\text{éq}$, la liaison peut être modélisée par un ressort, dont on exprimera la raideur k et la longueur à vide ℓ_0, en fonction de a et b.
10. Établir l'équation du mouvement au voisinage de $x_\text{éq}$.
11. En déduire l'expression de la période T_0 des petites oscillations au voisinage de $x_\text{éq}$. Calculer T_0.

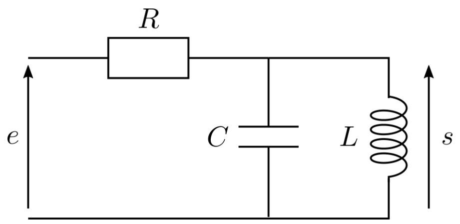
En réalité le mouvement n'est pas conservatif, car une particule chargée accélérée émet un rayonnement électromagnétique. La puissance émise par la particule est donnée par la formule de Larmor :

$$P = \frac{e^2\ddot{x}^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

12. Établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, en prenant en compte la perte d'énergie par rayonnement.

2 Étude d'un filtre

On étudie le filtre ci-dessous.



13. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ du filtre et la mettre sous la forme canonique :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{K}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

en précisant les expressions de ω_0 et Q.

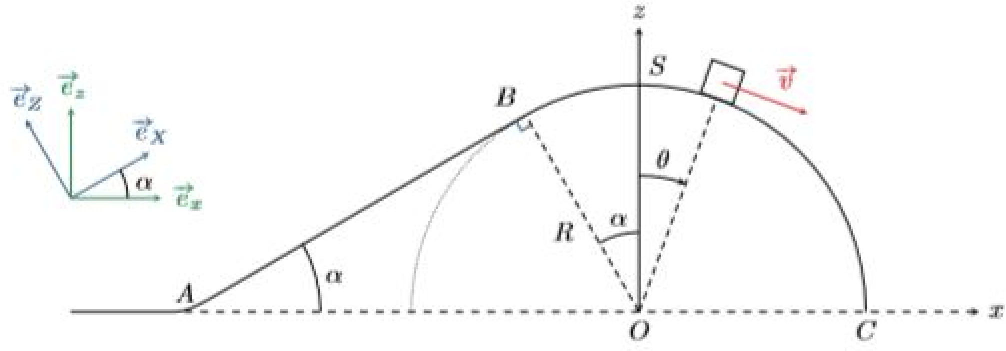
14. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques du filtre pour $Q > 1$. On fera notamment apparaître les coordonnées du point d'intersection des asymptotes en gain. Tracer l'allure du diagramme réel en gain.
15. Établir les expressions des pulsations de coupure ω_{c1} et ω_{c2} (avec $\omega_{c1} < \omega_{c2}$). En déduire l'expression de la largeur de la bande passante en fonction de ω_0 et Q.
16. Ce filtre peut-il être utilisé en moyenneur ? en dérivateur ? en intégrateur ? Si oui, préciser pour quel domaine de pulsation ω.
17. On envoie en entrée de ce filtre le signal

$$e(t) = E + E_0 \sin(\omega_0 t) + E_1 \cos(\omega_{c1}) + E_2 \cos\left(\omega_{c2} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

où ω_0 est la pulsation propre du filtre, et ω_{c1} et ω_{c2} sont les pulsations de coupure du filtre ($\omega_{c1} < \omega_{c2}$). Donner l'expression du signal de sortie, en fonction de t, E, E_0, E_1, E_2, ω_0, ω_{c1} et ω_{c2}.

3 Lancer d'un palet sur une piste en demi-cercle

Un palet M de masse m, assimilé à un point matériel, est lancé sur une piste composée d'une portion rectiligne AB inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale suivie d'une portion en arc de cercle BC de rayon R.



Le palet est initialement lancé depuis A avec une vitesse $\vec{v}_A$. On néglige les frottements de l'air.

On utilisera au choix le repère cartésien (Oxz), le repère cartésien (OXZ), tourné d'un angle α par rapport au précédent, ou le repère polaire de centre O.

3.1 Étude la portion rectiligne AB

Dans un premier temps, on modélise le contact entre le palet et la piste par la loi de Coulomb : la réaction de la piste sur le palet se décompose en une partie $\vec{R}_N$ normale à la piste et une partie tangentielle $\vec{R}_T$ tangente à la piste, de sens opposée à la vitesse du palet et de norme $R_T = \mu R_N$ où μ est un coefficient phénoménologique.

18. Montrer que $\vec{R}_T = -\mu mg \cos\alpha \vec{e}_X$
19. Établir l'expression du travail de $\vec{R}_T$ sur la portion AB, en fonction de μ, m, g, R et α.
20. Établir l'expression littérale de la vitesse v_B au point B en supposant que ce point est bien atteint, en fonction de v_A, μ, m, g, R et α.

À partir de maintenant et pour toute la suite de l'exercice, on fait l'hypothèse de négliger les frottements solides, c'est-à-dire $R_T = 0$. L'expression de v_B se simplifie alors en $v_B = \sqrt{v_A^2 - 2Rg\cos\alpha}$.

21. Montrer que B n'est effectivement atteint que si v_A est supérieure à une vitesse limite dont on donnera l'expression littérale.
22. Montrer que $\dot{v} = -g\sin\alpha$.
23. En déduire le temps de parcours Δt_{AB} de la portion AB en fonction de v_A, v_B, g et α.

3.2 Portion circulaire BC

24. Établir l'expression de la réaction normale $\vec{R}_N$ de la piste sur le palet lors du mouvement sur la portion circulaire en fonction de θ et de ses dérivées.
25. Par une approche énergétique, établir une relation entre v, v_B, α, θ, R et g.
26. En déduire une nouvelle expression de $\vec{R}_N$ n'impliquant plus les dérivées de θ.
27. Montrer que si le palet décolle avant d'atteindre le sommet S, il décolle nécessairement en B. À quelle condition sur v_A le palet décolle-t-il effectivement en B ?
28. On suppose le sommet atteint. Montrer que le palet M quitte nécessairement la piste avant d'atteindre C. Exprimer l'angle de décollage θ_d en fonction de v_A, R et g.

Correction du DS nº 5

1 Étude de l'interaction entre deux ions

1. $m = \frac{M_{\mathrm{Na}}}{\mathcal{N}_a} = 3,83 \times 10^{-26}$ kg
2. La force électrostatique de Cl^- sur Na^+ s'écrit :

$$\vec{F}_e = \frac{q_{\mathrm{Cl}^-} q_{\mathrm{Na}^+}}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \vec{u}_x$$

avec $q_{\mathrm{Cl}^-} = -e$ et $q_{\mathrm{Na}^+} = e$. On identifie :

$$\boxed{a = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2,3 \times 10^{-28} \text{ N.m}^2}$$

3. On cherche E_p telle que $\mathrm{d}E_\mathrm{p} = -\vec{F} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{OM}$ avec $\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \mathrm{d}x\vec{u}_x$, c'est-à-dire

$$\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x} = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x^3}$$

$$\boxed{E_\mathrm{p} = -\frac{a}{x} + \frac{b}{2x^2}} + \text{cste}$$

E_p existe donc $\vec{F}$ est bien conservative. De plus $\lim\limits_{x \to +\infty} E_\mathrm{p} = 0$ impose cste$= 0$.

4.

$$\vec{F}(x_{\text{éq}}) = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{b}{x_{\text{éq}}^3} - \frac{a}{x_{\text{éq}}^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_{\text{éq}} = \frac{b}{a}}$$

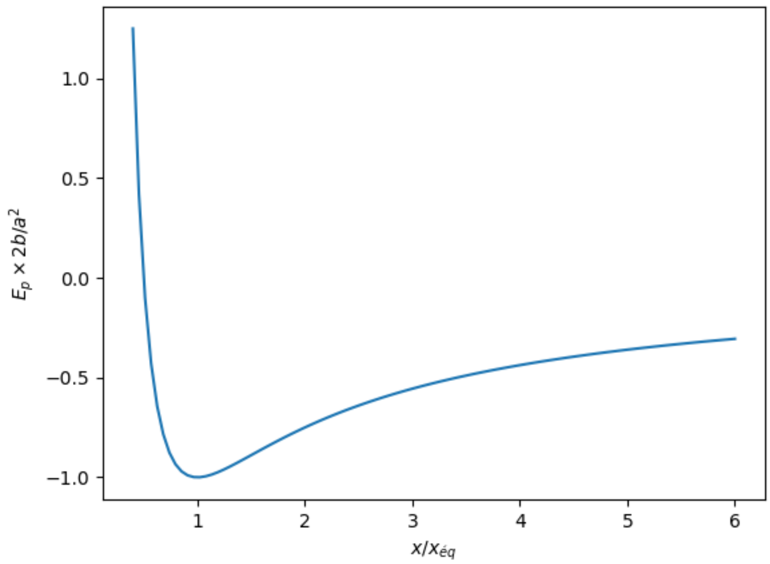
On calcule :

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{\mathrm{d}F_x}{\mathrm{d}x} = 3\frac{b}{x^4} - 2\frac{a}{x^3}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x^2}(x_{\text{éq}}) = \frac{a^4}{b^3} > 0$$

Donc il s'agit d'un minimum de E_p : la position d'équilibre est stable.

5. $\boxed{b = a x_{\text{éq}} = 6,4 \times 10^{-38} \text{ N.m}^3}$
6.



7. On calcule $E_\mathrm{p}(x_\text{éq}) = -\frac{a^2}{2b}$.
   Pour $-\frac{a^2}{2b} \leq E_\mathrm{m} < 0$, le mouvement est borné, le cation est dans un état lié.
   Pour $E_\mathrm{m} \geq 0$, le mouvement est non-borné, le cation est dans un état de diffusion.
8. L'énergie de liaison est donc $E_\ell = \frac{a^2}{2b} = 4,11 \times 10^{-19}$ J $= 2,57$ eV
   L'énergie molaire de liaison est $E_\ell \mathcal{N}_A = 247$ kJ/mol
9. Le développement limité de E_p au voisinage de $x_\text{éq}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} E_\mathrm{p} &\simeq E_\mathrm{p}(x_\text{éq}) + \frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x}(x_\text{éq})(x - x_\text{éq}) + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x^2}(x_\text{éq})(x - x_\text{éq})^2 \\ &\simeq -\frac{a^2}{2b} + \frac{a^4}{2b^3}\left(x - \frac{b}{a}\right)^2 \end{aligned}$$

   C'est l'énergie potentielle élastique d'un ressort de raideur $\boxed{k = \frac{a^4}{b^3}}$ et de longueur à vide $\boxed{\ell_0 = x_\text{éq} = \frac{b}{a}}$
10. Au voisinage de $x_\text{éq}$, $\vec{F} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\ E_\mathrm{p} = -\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x}\vec{u}_x \simeq -k(x - x_\text{éq})\vec{u}_x$.
    On applique le principe fondamental de la dynamique au cation :

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \simeq -k(x - x_\text{éq})$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}x_\text{éq}}$$

11. C'est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.
    On en déduit $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{mb^3}{a^4}} = 6,0 \times 10^{-14}$ s $= 60$ fs
12. On applique le théorème de la puissance mécanique :

$$\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t} = -P$$

    avec $E_\mathrm{m} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + E_\mathrm{p}(x)$, d'où

$$m\ddot{x}\dot{x} + \left(\frac{a}{x^2} - \frac{b}{x^3}\right)\dot{x} = -\frac{e^2\ddot{x}^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

    Fort heureusement, l'énoncé ne demande pas de résoudre cette équation différentielle !

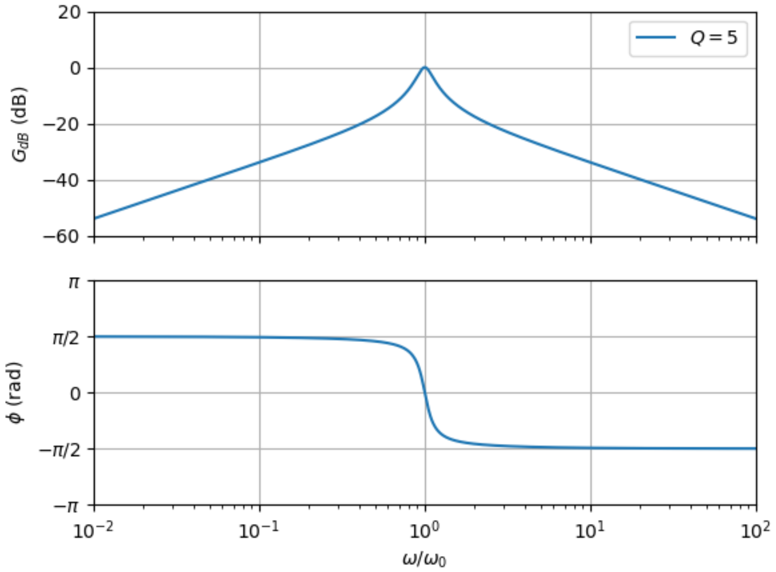
2 Étude d'un filtre

13. Le filtre est un diviseur de tension :

$$\begin{aligned}\underline{s} &= \frac{\frac{1}{jC\omega} \mathbin{/\!/} jL\omega}{\left(\frac{1}{jC\omega} \mathbin{/\!/} jL\omega\right) + R}\underline{e} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{R}{\frac{1}{jC\omega} /\!/ jL\omega}}\underline{e} \\ &= \frac{1}{1 + jRC\omega + \frac{R}{jL\omega}}\underline{e} \\ \underline{H}(j\omega) &= \frac{1}{1 + j\left(RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)}\end{aligned}$$

On identifie $\boxed{K = 1}$, $\frac{Q}{\omega_0} = RC$ et $Q\omega_0 = \frac{R}{L}$, d'où $\boxed{Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$ et $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

14. On détermine les asymptotes en $\omega \to 0$:
$\underline{H}(j\omega) \sim \frac{j\omega}{Q\omega_0}$, donc $G_{\text{dB}} \sim -20\log(Q) + 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ et $\varphi \to \frac{\pi}{2}$
On détermine les asymptotes en $\omega \to +\infty$:
$\underline{H}(j\omega) \sim -j\frac{\omega_0}{Q\omega}$, donc $G_{\text{dB}} \sim -20\log(Q) - 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ et $\varphi \to -\frac{\pi}{2}$
Les asymptotes du gain se coupent en $\omega = \omega_0$ et $G_{\text{dB}} = -20\log(Q) < 0$.
En $\omega = \omega_0$, $\underline{H}(j\omega_0) = 1$ donc $G_{\text{dB}} = 0$ et $\varphi = 0$



15. On cherche ω_c tel que :

$$\begin{aligned}G(\omega_c) &= \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2 &= 1 \\ \frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c} &= \pm\frac{1}{Q} \\ \omega_c^2 \pm \frac{\omega_0}{Q}\omega_c - \omega_0^2 &= 0\end{aligned}$$

On calcule le discriminant : $\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} + 4\omega_0^2 > 0$

Les solutions sont

$$\begin{aligned}\omega_c &= \pm\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \\ &= \frac{\omega_0}{2Q}\left(\pm 1 \pm \sqrt{1+4Q^2}\right)\end{aligned}$$

Les pulsations de coupures sont les 2 solutions positives :

$$\boxed{\omega_{c\frac{1}{2}} = \frac{\omega_0}{2Q}\left(\mp 1 + \sqrt{1+4Q^2}\right)}$$

La bande passante est $\boxed{\Delta\omega = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\omega_0}{Q}}$

16. Il s'agit d'un filtre passe-bande. Le filtre coupe la composante continue (à $\omega = 0$), donc ne peut pas servir de moyenneur.
$\underline{H}(j\omega) \underset{\omega \ll \omega_0}{\sim} \frac{j\omega}{Q\omega_0}$, donc le filtre se comporte en dérivateur pour $\omega \ll \omega_0$.
$\underline{H}(j\omega) \underset{\omega \gg \omega_0}{\sim} \frac{\omega_0}{Qj\omega}$, donc le filtre se comporte en intégrateur pour $\omega \gg \omega_0$.

17. On calcule φ aux pulsations de coupure : $Q\left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right) = \mp 1$,
donc $\underline{H}(j\omega_c) = \frac{1}{1 \mp j}$, d'où $\varphi = \pm\frac{\pi}{4}$

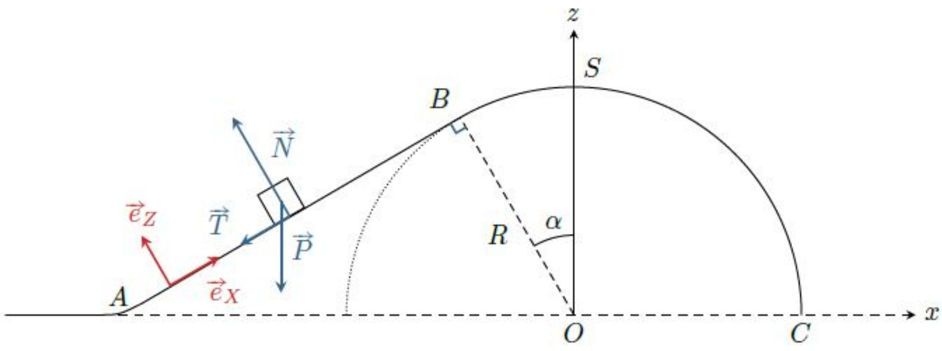
ω	0	ω_0	ω_{c1}	ω_{c2}
G	0	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
φ	$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$

Ainsi, $\boxed{s(t) = 0 + E_0\sin(\omega_0 t) + \frac{E_1}{\sqrt{2}}\cos(\omega_{c1} t + \frac{\pi}{4}) + \frac{E_2}{\sqrt{2}}\cos(\omega_{c2} t)}$

3 Lancer d'un palet sur une piste en demi-cercle

3.1 Étude la portion rectiligne AB

18. La palet est soumis à
    - son poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg(\sin\alpha\vec{e}_X + \cos\alpha\vec{e}_Z)$
    - la réaction normale $\vec{R}_N = R_N\vec{e}_Z$
    - la réaction tangentielle $\vec{R}_T = -\mu R_N\vec{e}_X$



On applique le principe fondamental de la dynamique au palet, dans le référentiel de la piste supposé galiléen.
$\overrightarrow{OM} = X\vec{e}_X$; $\vec{v} = \dot{X}\vec{e}_X$; $\vec{a} = \ddot{X}\vec{e}_X$

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{R}_T$$

On projette sur $\vec{e}_Z$: $0 = -mg\cos\alpha + R_N$

Ainsi $R_N = mg\cos\alpha$, donc $\boxed{\vec{R}_T = -\mu mg\cos\alpha\vec{e}_X}$

19. $\delta W(\vec{R}_T) = \vec{R}_T \cdot d\overrightarrow{OM}$
$\vec{R}_T$ est une force de norme constante donc $W_{AB}(\vec{R}_T) = -R_T AB = -\mu mg\cos\alpha AB$
Or $\tan\alpha = R/AB$, donc $\boxed{W_{AB}(\vec{R}_T) = -\mu mgR\dfrac{\cos\alpha}{\tan\alpha}}$

20. On applique le théorème de l'énergie mécanique.
$\vec{P}$ est une force conservative associée à $E_{pp} = mgz$.
$\vec{R}_N$ ne travaille pas, car $\vec{R}_N \perp \overrightarrow{AB}$.
D'après le théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta E_m = E_{mB} - E_{mA} = W_{AB}(\vec{R}_T)$$

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + mg(z_B - z_A) = -\mu mgR\frac{\cos\alpha}{\tan\alpha}$$

Or $z_B - z_A = mgR\cos\alpha$, donc

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = -mgR\cos\alpha - \mu mgR\frac{\cos\alpha}{\tan\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gR\cos\alpha(1 + \frac{\mu}{\tan\alpha})}$$

21. B n'est atteint que si v_B existe, c'est-à-dire $\boxed{v_A \geq \sqrt{2Rg\cos\alpha}}$

22. On projette le principe fondamental de la dynamique sur $\vec{e}_X$

$$m\ddot{X} = -mg\sin\alpha$$

or $v = \dot{X}$ donc $\boxed{\dot{v} = -g\sin\alpha}$.

23. $\displaystyle\int_A^B \dot{v}dt = -g\sin\alpha\Delta t_{AB}$ donc $\boxed{\Delta t_{AB} = \dfrac{v_A - v_B}{g\sin\alpha}}$

3.2 Portion circulaire BC

24. On applique le principe fondamental de la dynamique au palet.
    - $\overrightarrow{OM} = R\vec{e_r}$, $\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e_\theta}$, $\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{e_\theta} - R\dot{\theta}^2\vec{e_r}$
    - $\vec{P} = m\vec{g} = mg(-\cos\theta\vec{e_r} + \sin\theta\vec{e_\theta})$
    - $\vec{R}_N = R_N\vec{e_r}$

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}_N$$

Selon $\vec{e_r}$, on obtient : $-mR\dot{\theta}^2 = -mg\cos\theta + R_N$, soit $\boxed{\vec{R}_N = m(g\cos\theta - R\dot{\theta}^2)\vec{e_r}}$

25. $\vec{R}_N \perp \vec{v}$ donc $\vec{R}_N$ ne travaille pas et $\vec{P}$ est une force conservative. Donc l'énergie mécanique se conserve.

$$E_c + E_{pp} = E_{cB} + E_{ppB}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgR\cos\theta = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR\cos\alpha$$

Ainsi, $\boxed{v^2 = v_B^2 + 2Rg(\cos\alpha - \cos\theta)}$

26. Or $v = R|\dot{\theta}|$, donc $R\dot{\theta}^2 = \dfrac{v_B^2}{R} + 2g(\cos\alpha - \cos\theta)$

On en déduit $\boxed{\vec{R}_N = m\left[g(3\cos\theta - 2\cos\alpha) - \dfrac{v_B^2}{R}\right]\vec{e_r}}$

27. Le palet décolle lorsque $R_N = 0$, donc lorsque $v_B^2 = Rg(3\cos\theta - 2\cos\alpha)$.
Or entre B et S, $\cos\theta$ est minimal en B, donc si le palet décolle, le palet décolle nécessairement en B.
En B, $\theta = \alpha$, donc $R_N = m\left(g\cos\alpha - \dfrac{v_B^2}{R}\right)$. La condition de décollage en B s'écrit :

$$R_N < 0$$

$$g\cos\alpha - \frac{v_B^2}{R} < 0$$

$$v_B^2 > Rg\cos\alpha$$

Or $v_B^2 = v_A^2 - 2Rg\cos\alpha$, donc la condition devient $\boxed{v_A > \sqrt{3Rg\cos\alpha}}$

28. Le palet décolle lorsque $R_N = 0$, c'est-à-dire $v_A^2 - 2Rg\cos\alpha = Rg(3\cos\theta_d - 2\cos\alpha)$, soit

$$\cos\theta_d = \frac{v_A^2}{3Rg}$$

Or dans le cas où le palet ne décolle pas avant S, on a $\frac{v_A^2}{3Rg} \leq \cos\alpha < 1$, donc l'équation précédente admet nécessairement une solution θ_d. Ainsi, le palet décolle nécessairement avant d'atteindre C et l'angle de décollage vaut :

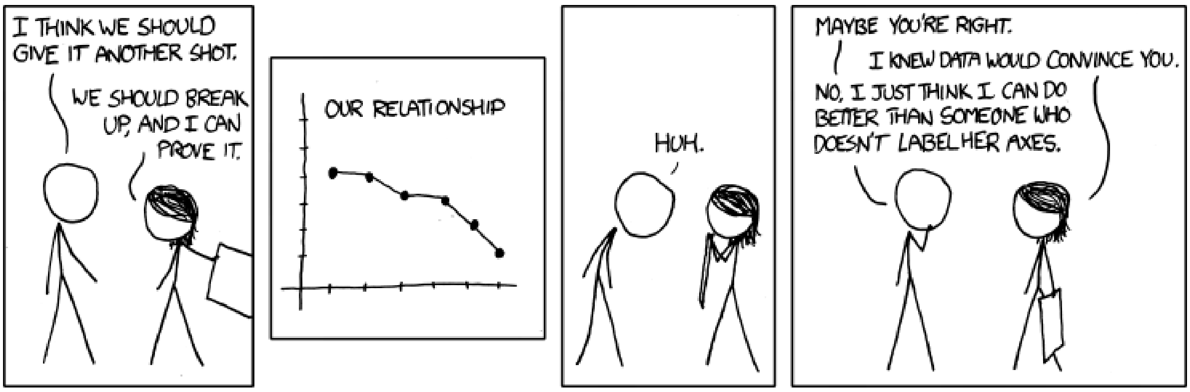
$$\boxed{\theta_d = \arccos\left(\frac{v_A^2}{3Rg}\right)}$$

Commentaires du DS n° 5 de Physique-Chimie

Il faut non seulement vérifier l'homogénéité de vos équations en terme de dimension, mais aussi en terme de nature des objets mathématiques. En particulier, **un vecteur ne peut être égal à un scalaire**. Il faut bien distinguer le vecteur, sa norme, et ses coordonnées dans la base choisie.

4. Inutile de repasser par $\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x}$ lorsqu'on connaît déjà l'expression de la force : $\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x}(x_\text{éq}) = 0 \Leftrightarrow F_x(x_\text{éq}) = 0$
   Si on prend malgré tout la peine de calculer $\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x}$, il faut au moins s'assurer qu'on retrouve $-F_x$. Si ce n'est pas le cas, c'est que la fonction $E_\mathrm{p}(x)$ est erronée!
5. On ne peut pas identifier le terme $\frac{b}{x^3}\vec{u}_x$ avec la force électrostatique entre deux charges ponctuelles. Si la répulsion à courte distance est bien d'origine électrostatique, les nuages électroniques ne sont cependant pas assimilables à des points à courte distance.
10. Lorsqu'on applique le théorème de l'énergie mécanique, il faut dériver E_m par rapport à t et non par rapport à x.
12. La puissance de Larmor P est émise par la particule chargée, elle fait donc diminuer l'énergie mécanique de la particule. La puissance recue par la particule est $-P$, d'où $\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t} = -P$.
14. Attention de ne pas confondre le gain (en dB) réel en ω_0 et l'ordonnée de l'intersection des asymptotes. Pour le passe-bande, $\underline{H}(j\omega_0) = 1$ donc le gain (en dB) réel en ω_0 est $G_\mathrm{dB}(\omega_0) = 0$. Les asymptotes en $\omega \to 0$ et $\omega \to +\infty$ ont pour équations $G_\mathrm{dB} = \pm 20\log(\frac{\omega}{\omega_0}) - 20\log(Q)$. On en déduit l'ordonnée du point d'intersection des asymptotes : $G_\mathrm{dB} = -20\log(Q)$. La donnée $Q > 1$ indique que cette ordonnée est négative, donc que les asymptotes se coupent en-dessous de la courbe réelle. D'ailleurs, **il n'y a pas de condition de résonance pour le passe-bande** : G admet un maximum en ω_0, $\forall Q$.

   Il est impératif de nommer les axes d'un graphe, les diagrammes de Bode ne font pas exception.



18. Il est complètement incohérent d'utiliser les coordonnées polaires pour décrire un mouvement rectiligne. De plus, α est constant, donc $\dot{\alpha} = 0$ et $\ddot{\alpha} = 0$.
    Ne pas confondre le vecteur $\vec{R}_T \neq \mu\vec{R}_N$, sa norme $R_T = \mu R_N$, et sa coordonnée selon $\vec{u}_X$, $R_{T_X} = -\mu R_N$.
    On ne peut pas utiliser le principe d'inertie $\sum \vec{F} = \vec{0}$ pour déterminer $\vec{R}_N$ **au cours du mouvement**.
19. La force de frottement $\vec{R}_T$ est résistante. Il faut vérifier que son travail est négatif.
20. Avant d'appliquer un théorème énergétique, il faut faire l'inventaire des forces et préciser pour chacune d'elle si elle travaille et, le cas échéant, si elle est conservative.
21. La condition pour atteindre B n'est pas $v_B \geq 0$, mais v_B **définie**. $\sqrt{v_A^2 - 2Rg\cos\alpha} \geq 0$ n'est certainement pas équivalent à $v_A^2 - 2Rg\cos\alpha \geq 0$. C'est une confusion entre les ensembles de départ et d'arrivée de la fonction $\sqrt{\ }$.
24. L'énoncé demande explicitement d'exprimer le vecteur $\vec{R}_N$ et pas simplement sa norme R_N.