DS n° 3 de Physique-Chimie

Durée : 3h

Calculatrice autorisée

1 Trampoline

On étudie le mouvement d'une personne de masse m qui saute sur un trampoline. La personne est repérée par la coordonnée z de ses pieds, sur un axe vertical orienté vers le haut, de vecteur unitaire $\vec{u}_z$. L'origine O est située au centre de la toile lorsqu'il n'y a personne sur le trampoline. Tant que la personne est en contact avec la toile, la réaction de la toile sur la personne est modélisée par une force de la forme $\vec{R} = -kz\vec{u}_z$.

On néglige la masse de la toile, ainsi que tout phénomène dissipatif. On note $g = 10$ m.s^{-2} la norme du champ de pesanteur.

Lorsque la personne est au repos, au centre du trampoline, la toile s'abaisse de $a > 0$, soit $z_{\text{éq}} = -a$.

1. Exprimer k en fonction de m, g et a.

On considère maintenant que la personne rebondit périodiquement sur le trampoline. A l'instant $t = 0$, la personne se trouve à la position $z(0) = -b$ ($b > a$), avec une vitesse nulle.

2. Établir la loi horaire $z(t)$ tant que la personne reste en contact avec la toile, en fonction de t, a, b et g.
3. Établir la condition sur a et b pour que la personne décolle de la toile

Dans la suite, on prend $a = 10$ cm et $b = 50$ cm.

4. Exprimer l'instant t_d auquel la personne décolle de la toile, en fonction de a, b et g. Calculer t_d.
5. Montrer que la vitesse v_d de la personne lorsqu'elle décolle de la toile, s'écrit :

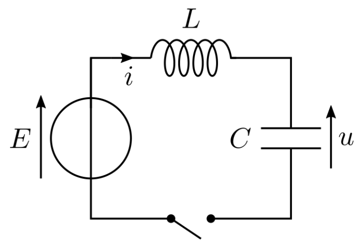
$$v_d = \sqrt{\frac{gb}{a}(b - 2a)}$$

   Calculer v_d.
6. Établir la loi $z(t)$ tant que la personne n'est plus en contact avec la toile, en fonction de $t - t_d$, v_d et g.
7. Établir l'expression de la hauteur maximale z_{max} atteinte par la personne, en fonction de v_d et g, puis en fonction de a et b uniquement. Calculer z_{max}.
8. Représenter l'allure du graphe $z(t)$. On fera apparaître a, b, z_{max} et t_d sur le graphe.
9. Calculer la période T du mouvement.
10. En réalité, pour ces valeurs de a et b, la personne peut facilement atteindre 1 m de hauteur. Expliquer pourquoi le modèle présenté ici ne permet pas de retrouver tout à fait ce résultat.

2 Étude d'un circuit LC réel

2.1 Circuit LC idéal

On considère le circuit suivant. Le condensateur est initialement déchargé. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



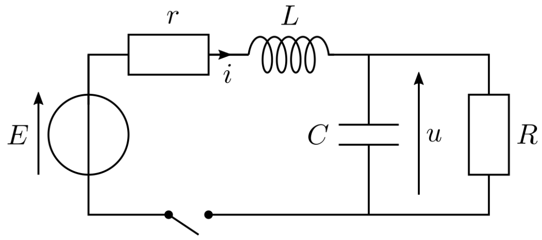
11. Établir les expressions de u et i. On pourra introduire une constante ω_0, dont on précisera l'expression.
12. Établir le bilan de puissance du circuit. Le mettre sous la forme

$$Ei = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t}$$

   où $\mathcal{E}$ est une grandeur dont on donnera l'expression en fonction de u, i, C et L. Que représente cette grandeur ?
13. Exprimer $\mathcal{E}$ en fonction de t, ω_0, E et C.
14. La source idéale de tension se comporte-t-elle en générateur ou en récepteur ?

2.2 Circuit LC réel

En réalité, la bobine possède une résistance interne r et le condensateur une résistance de fuite R. Le montage réel peut être modélisé par le circuit suivant. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



15. Montrer que le condensateur est initialement déchargé.
16. Déterminer la limite u_∞ de u quand $t \to +\infty$.
17. Établir l'équation différentielle vérifiée par u. La mettre sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + 2\lambda \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 u_\infty$$

    Exprimer λ et ω_0.
18. Pour quelles valeurs de r et R a-t-on $\lambda = 0$? Commenter.
19. Établir la condition sur λ et ω_0 pour qu'on observe des pseudo-oscillations. On suppose cette condition vérifiée par la suite.
20. Exprimer la pseudo-pulsation ω_1 en fonction de λ et ω_0.
21. Établir l'expression de u en fonction t, u_∞, λ et ω_1.

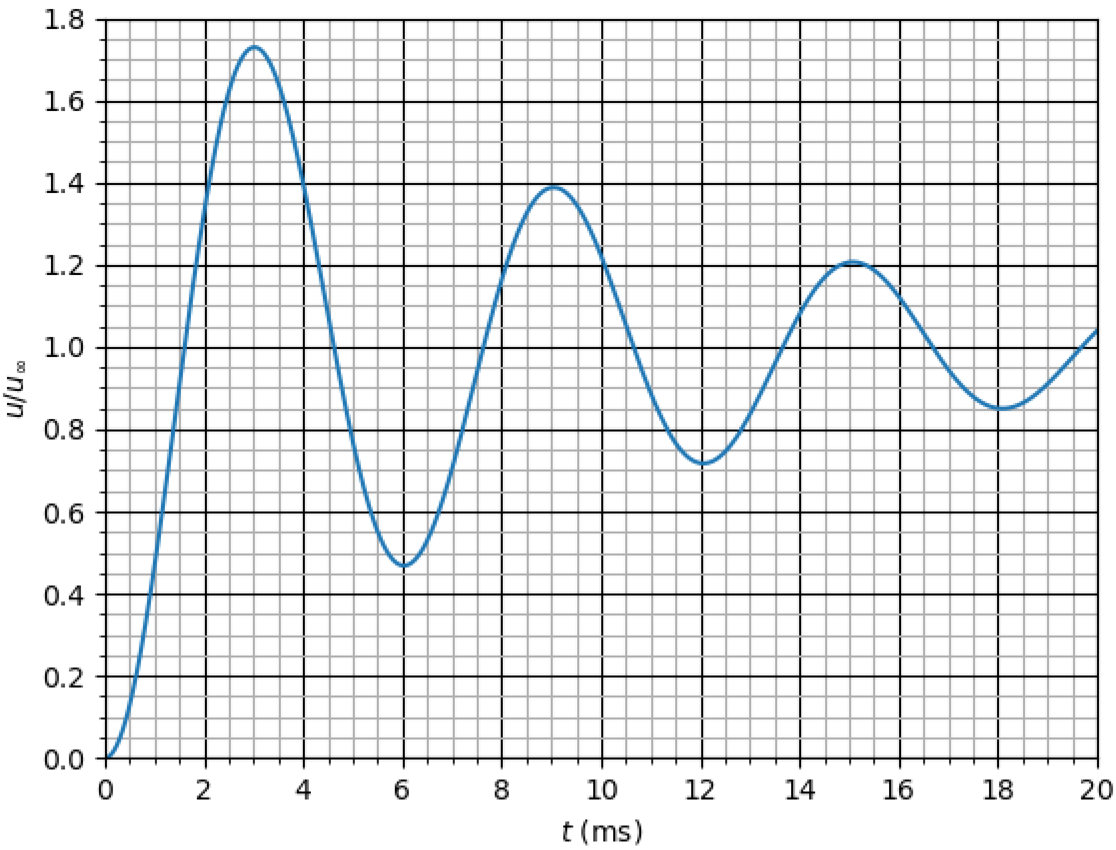
On note $m = \frac{\lambda}{\omega_0}$ le facteur d'amortissement.

22. Établir l'expression, en fonction de m, du décrément logarithmique, défini par

$$\delta = \ln\left(\frac{u(t) - u_\infty}{u(t + T_1) - u_\infty}\right)$$

    où T_1 est la pseudo-période.

Le graphe de $u(t)$ est représenté ci-dessous.



23. Déterminer les valeurs de ω_0 et m. On pourra supposer $m^2 \ll 1$.
24. Établir le bilan de puissance du circuit. Le mettre sous la forme :

$$Ei = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} + \alpha i^2 + \beta u^2$$

où α et β sont des constantes que l'on exprimera en fonction de r et R. Donner la signification physique de chaque terme.

3 Production de dichlore

Le dichlore est produit principalement par électrolyse d'une solution aqueuse de chlorure de sodium. Cependant, dans le souci de valoriser le chlorure d'hydrogène obtenue comme sous-produit des réactions de chloration organique, environ 5% de la production mondiale de dichlore est obtenue par la réaction de Deacon, d'équation :

$$4\,\mathrm{HCl}_{(g)} + \mathrm{O}_{2(g)} = 2\,\mathrm{Cl}_{2(g)} + 2\,\mathrm{H_2O}_{(g)}$$

La constante d'équilibre de cette réaction à la température $T = 350$°C vaut $K = 910$.

Donnée : $R = 8,31$ J.K^{-1}.mol^{-1}

3.1 Réacteur de volume constant

Les réactifs HCl et O_2 sont introduits en proportions stœchiométriques, dans une enceinte indéformable de volume $V = 10$ L, initialement vide, maintenue à la température $T = 350$°C. On note n la quantité initiale de dioxygène et $\tau = \xi/n$ le taux d'avancement de la réaction de Deacon.

25. La réaction de Deacon peut-elle être totale ?
26. Déterminer la quantité initiale de dioxygène n à introduire pour obtenir un taux d'avancement de 85% à l'état final.
27. Partant de l'état final précédent, on introduit 1 mol d'argon (gaz inerte) dans l'enceinte. Prévoir le sens d'évolution du système selon la réaction de Deacon.

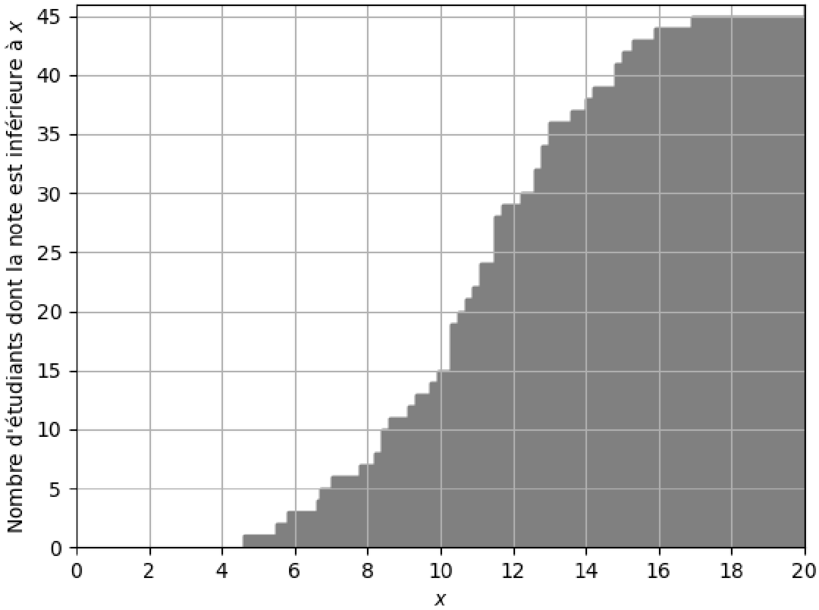
3.2 Réacteur à pression constante

Les réactifs HCl et O_2 sont introduits en proportions stœchiométriques, dans un réacteur à pression constante $P = 2$ bar et température constante $T = 350$°C. On note n la quantité initiale de dioxygène et $\tau = \xi/n$ le taux d'avancement de la réaction de Deacon.

28. Établir l'équation vérifiée par le taux d'avancement à l'équilibre τ.
29. Écrire un programme python pour calculer la valeur de τ à l'équilibre à 10^{-10} près, par dichotomie. **Le résultat du programme n'est pas attendu !**
30. Pour maximiser le taux d'avancement, est-il préférable de réaliser la réaction de Deacon à haute ou basse pression ?
31. Partant de l'état final précédent, on introduit 1 mol d'argon (gaz inerte) dans le réacteur, la pression étant maintenue constante. Prévoir le sens d'évolution du système selon la réaction de Deacon.

Commentaires du DS n° 3 de Physique-Chimie

Moyenne : 11,1/20
Max : 20/20



On ne le répétera jamais assez : vérifiez l'homogénéité de vos formules !
De manière plus générale, vérifiez la cohérence de vos résultats, par l'homogénéité, par le sens physique (un temps de décollage de 10 s sur un trampoline est absurde !), et avec les questions suivantes.
Commencez vos phrases par des majuscules.

1. Pour tout exercice de mécanique, il faut faire un (voire plusieurs) schéma au brouillon.
3. La condition de décollage n'est pas $z = 0$, mais que la réaction du support $\vec{R}$ s'annule.
4. Évitez la notation anglo-saxonne $\cos^{-1}$, préférez la notation francaise arccos.
5. L'expression de v_d permet de retrouver la condition de décollage de la question 3. En effet v_d n'est définie que si $b > 2a$.
11. Une fois l'expression de $u(t)$ obtenue, il est inutile de résoudre l'équation différentielle sur i : on peut directement obtenir $i(t)$ avec $i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.
12. Ne pas confondre puissance et énergie. $\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t}$ est une puissance, $\mathcal{E}$ est une énergie.
14. Le comportement d'un dipôle n'a rien à voir avec le signe de l'énergie, mais avec le signe de la puissance, c'est-à-dire avec les variations de l'énergie. Ici, lorsque l'énergie $\mathcal{E}$ emmagasinée dans le circuit augmente, c'est-à-dire $\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} > 0$, la puissance Ei fournie par la source est positive : la source se comporte en générateur. Lorsque $\mathcal{E}$ diminue, $Ei < 0$: la source se comporte en récepteur.
15. Attention lorsque l'interrupteur est ouvert, la tension à ses bornes est inconnue.
16. Pour étudier la limite $t \to +\infty$, la méthode la plus simple est de faire un schéma du circuit en remplacant les condensateurs par des coupes-circuit et les bobines par des fils.
17. Il est indispensable de vérifier que l'équation différentielle est cohérente avec l'expression de u_∞ obtenue à la question précédente.
18. Un résistance est toujours positive. λ est donc la somme de 2 termes positifs, $\lambda = 0$ que si ces 2 termes sont nuls.
19. Ne pas tirer la condition de pseudo-oscillation de la valeur de Q. Il faut repasser par le discriminant de l'équation caractéristique.
25. Le fait que la réaction soit totale ou non n'est pas lié aux proportions stœchiométriques. Cette réaction n'est pas totale parce que les activités des réactifs s'annulent lorsque les réactifs sont épuisés. C'est le cas pour un gaz ou un soluté, mais ce n'est pas le cas pour un solide par exemple. Une réaction ne peut être totale que si l'un des réactifs est un solide ou un liquide pur, c'est-à-dire une espèce chimique dont l'activité vaut 1 quelle que soit sa quantité de matière.
26. Là encore, il est indispensable de vérifier que l'expression du quotient réactionnel est sans dimension. Pour cela on peut notamment utiliser que $[PV] = [nRT]$.

A volume constant, les fractions molaires ne sont pas très utiles ; il est plus rapide d'exprimer les pressions partielles avec la loi des gaz parfaits.

Lorsqu'on utilise le taux d'avancement (ou le coefficient de dissociation), il est préférable d'exprimer directement les quantités de matière en fonction de τ :

$$
\begin{aligned}
n_{\mathrm{HCl}} &= 4n - 4\xi = 4n(1-\tau) \\
n_{\mathrm{O_2}} &= n - \xi = n(1-\tau) \\
n_{\mathrm{Cl_2}} &= 2\xi = 2n\tau
\end{aligned}
$$

29. Il n'est pas nécessaire de faire une fonction `dicho` si on ne l'appelle qu'une seule fois. Si on choisit néanmoins d'écrire une fonction qui applique la dichotomie, il faut écrire une fonction générique qui ne s'applique pas au seul cas de l'énoncé. Cette fonction doit notamment prendre comme arguments la fonction dont on cherche le zero, l'intervalle de départ et éventuellement la précision. Enfin il ne faut pas oublier d'appeler cette fonction avec les bons arguments.

```
def dicho(f,a,b,eps):
    while abs(b-a)>eps:
        m=(a+b)/2
        if f(a)*f(m)<=0:
            b=m
        else:
            a=m
    return m

def g(t):
    return t**4*(5-t)-910*2*16*(1-t)**5

print(dicho(g,0,1,1e-10))
```

Attention à la notation scientifique : `10e-10` $= 10 \times 10^{-10} = 10^{-9}$.

1. Trampoline

1. La personne est soumise à
   - son poids : $\vec{P} = -mg\,\vec{u_z}$
   - la réaction de la toile : $\vec{R} = -kz\,\vec{u_z}$

   À l'équilibre, les forces se compensent :

   $-mg - kz_{eq} = 0$ d'où $\boxed{k = \frac{mg}{a}}$

2. On applique le principe fondamental de la dynamique :

   $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$

selon $\vec{u_z}$: $m\ddot{z} = -mg - kz$

$\ddot{z} + \frac{k}{m} z = -g$ avec $\frac{k}{m} = \frac{g}{a}$

Les solutions de l'équation homogène sont :

$z_h(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{g}{a}}\,t\right) + B\sin\left(\sqrt{\frac{g}{a}}\,t\right)$

Une solution particulière est : $z_{eq} = -a$

Donc $z(t) = z_h(t) - a$

Conditions initiales : $\begin{cases} z(0) = -b = A - a \\ \dot{z}(0) = 0 = \sqrt{\frac{g}{a}}\,B \end{cases}$

Ainsi, $\boxed{z(t) = (a-b)\cos\left(\sqrt{\frac{g}{a}}\,t\right) - a}$

3. La personne décolle lorsque $\vec{R} = \vec{0}$, c-à-d $z = 0$

   c-à-d $\cos\left(\sqrt{\frac{g}{a}}\,t\right) = \frac{a}{a-b} < 0$

   Donc il faut $\frac{a}{a-b} > -1$, c-à-d $a < b - a$

   $\boxed{2a < b}$

4. $\cos\left(\sqrt{\frac{g}{a}}\, t_d\right) = \frac{a}{a-b}$ donc $\boxed{t_d = \sqrt{\frac{a}{g}} \arccos\left(\frac{a}{a-b}\right)}$

A.N. $t_d = 0{,}18$ s.

5. $\dot{z}(t) = (b-a)\sqrt{\frac{g}{a}} \sin\left(\sqrt{\frac{g}{a}}\, t\right)$

donc $\dot{z}(t_d) = (b-a)\sqrt{\frac{g}{a}} \sin\left[\arccos\left(\frac{a}{a-b}\right)\right]$

$= (b-a)\sqrt{\frac{g}{a}} \sqrt{1 - \frac{a^2}{(b-a)^2}}$

$= \sqrt{\frac{g}{a}} \sqrt{(b-a)^2 - a^2}$

$= \sqrt{\frac{g}{a}} \sqrt{b(b-2a)}$

donc $\boxed{v_d = \sqrt{\frac{gb}{a}(b-2a)} = 3{,}9 \text{ m.s}^{-1}}$

6. le principe fondamental de la dynamique devient :

$m\vec{a} = \vec{P}$, d'où $\ddot{z} = -g$

donc $\dot{z}(t) - \dot{z}(t_d) = -g(t - t_d)$

soit $\dot{z}(t) = v_d - g(t - t_d)$

donc $\boxed{z(t) - \underbrace{z(t_d)}_{0} = v_d(t - t_d) - \frac{1}{2} g (t - t_d)^2}$

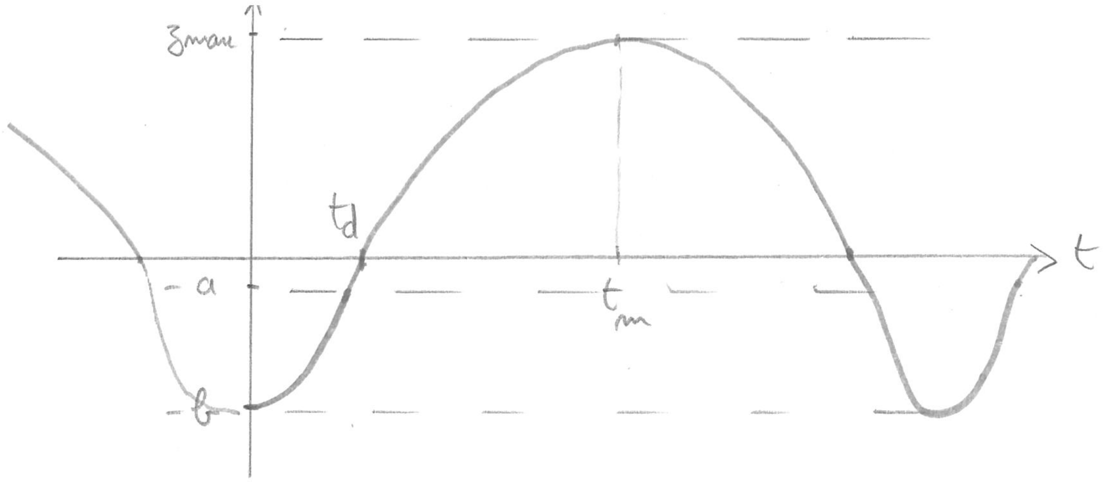
7. z_{max} est atteinte à t_m tel que $\dot{z}(t_m) = 0$,

c-à-d $v_d = g(t_m - t_d)$, c-à-d $t_m - t_d = \frac{v_d}{g}$

$z_{max} = z(t_m) = \frac{v_d^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_d^2}{g}$

$\boxed{z_{max} = \frac{v_d^2}{2g} = b\left(\frac{b}{2a} - 1\right) = 0{,}75 \text{ m}}$

8.



9. $T = 2 t_m$

$= 2\left(t_d + \frac{v_d}{g}\right)$

$\boxed{T = 1{,}1 \text{ s}}$

10. Le modèle ne prend pas en compte l'impulsion que peut donner le sauteur à chaque rebond.
De plus, la modélisation de $\vec{R}$ par une force proportionnelle à z n'est probablement plus valable lorsque la toile est très enfoncée.

2. Étude d'un circuit LC réel

11. D'après la loi des mailles, $E = L\frac{di}{dt} + u$

Or $i = C\frac{du}{dt}$, donc $LC\ddot{u} + u = E$

$$\ddot{u} + \frac{1}{LC}u = \frac{E}{LC}$$

On pose $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

- Les solutions de l'équation homogène sont :

$u_h(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

- On cherche une solution particulière constante : $u_p = E$
- On cherche les conditions initiales.

A $t = 0^-$, $i(0^-) = 0$ (interrupteur ouvert)

$u(0^-) = 0$ (condensateur déchargé)

A $t = 0^+$ $u(0^+) = u(0^-) = 0$

$i(0^+) = i(0^-) = 0$ donc $\dot{u}(0^+) = 0$

$$\begin{cases} u(0^+) = 0 = A + E \\ \dot{u}(0^+) = 0 = \omega_0 B \end{cases}$$

Ainsi, $\boxed{u(t) = E(1 - \cos(\omega_0 t))}$

$i = C\dot{u}$ d'où $\boxed{i = E\sqrt{\frac{C}{L}}\sin(\omega_0 t)}$

12. On multiplie la loi des mailles par $i = C\frac{du}{dt}$

$Ei = Li\frac{di}{dt} + uC\frac{du}{dt}$

$$\boxed{Ei = \frac{d}{dt}\underbrace{\left[\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu^2\right]}_{\mathcal{E}}}$$

$\mathcal{E}$ représente l'énergie emmagasinée dans le circuit

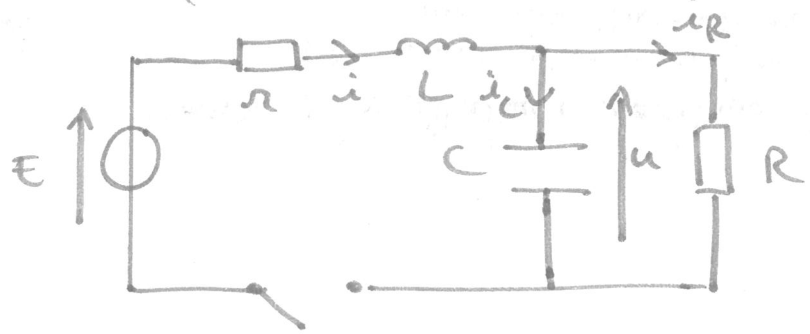
13. $\mathcal{E} = \frac{1}{2} C u^2 + \frac{1}{2} L i^2$

$= \frac{1}{2} C E^2 \left[1 + \cos^2(\omega_0 t) - 2\cos(\omega_0 t) \right] + \frac{1}{2} C E^2 \sin^2(\omega_0 t)$

$$\boxed{\mathcal{E} = C E^2 \left(1 - \cos(\omega_0 t)\right)}$$

14. i change de signe, donc la source se comporte parfois en générateur $(i>0)$, parfois en récepteur $(i<0)$.

15.

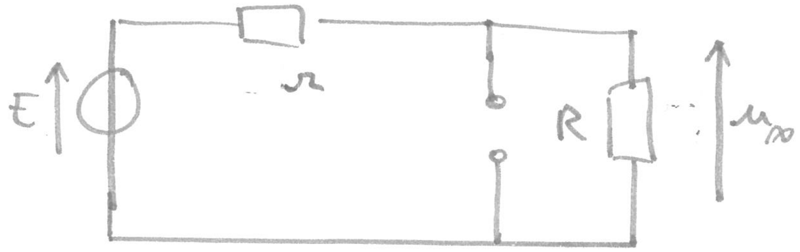


A $t = 0^-$, on a atteint un régime stationnaire, donc $i_C = C\dot{u} = 0$.

$i(0^-) = 0$ donc $i_R(0^-) = i - i_C = 0$

donc $\boxed{u(0^-) = 0}$

16. Quand $t \to +\infty$, le circuit est équivalent à :



D'après le diviseur de tension, $\boxed{u_\infty = \frac{RE}{R+r}}$

17. Lois des mailles : $E = ri + L\frac{di}{dt} + u$

$u = R i_R = R\left(i - C\frac{du}{dt}\right)$

d'où $i = \frac{u}{R} + C\frac{du}{dt}$

Ainsi, $E = \frac{r}{R}u + rC\frac{du}{dt} + \frac{L}{R}\frac{du}{dt} + LC\frac{d^2u}{dt^2} + u$

$$\boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC}\right)\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}\left(1 + \frac{r}{R}\right)u = \frac{E}{LC}}$$

On identifie $\boxed{\begin{array}{l}\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC}\right) \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{1+\frac{r}{R}}{LC}}\end{array}}$ et $u_\infty = \frac{E}{1+\frac{r}{R}} = \frac{RE}{R+r}$

18. $\lambda = 0$. $\Rightarrow$ $\boxed{r = 0 \quad \text{et} \quad R \to +\infty}$

Dans ce cas, r équivaut à un fil et R se comporte comme un interrupteur ouvert. On retrouve donc le circuit LC idéal.

19. On considère l'équation caractéristique de l'équation homogène : $r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$ (EC)

$\Delta = 4\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 4(\lambda + \omega_0)(\lambda - \omega_0)$

On observe des pseudo-oscillations si $\Delta < 0$

c-à-d $\boxed{\lambda < \omega_0}$

20. Les solutions de (EC) sont : $r_{1,2} = -\lambda \pm i\frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$

$= -\lambda \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

On identifie $\boxed{\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}$

21. Les solutions de l'équation homogène sont :

$u_h(t) = e^{-\lambda t}\left[A\cos(\omega_1 t) + B\sin(\omega_1 t)\right]$

Une solution particulière est u_∞.

On cherche les conditions initiales :

$u(0^+) = u(0^-) = 0$

$i(0^+) = i(0^-) = 0$

$u = R\left(i - C\frac{du}{dt}\right)$ donc $\frac{du}{dt}(0^+) = 0$

$$\begin{cases} u(0^+) = 0 = A + u_\infty \\ i(0^+) = 0 = -\lambda A + \omega_1 B \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} A = -u_\infty \\ B = -\frac{\lambda}{\omega_1} u_\infty \end{cases}$$

Ainsi, $\boxed{u(t) = u_\infty \left[1 - e^{-\lambda t}\cos(\omega_1 t) - e^{-\lambda t}\frac{\lambda}{\omega_1}\sin(\omega_1 t)\right]}$

22. $\dfrac{u(t) - u_\infty}{u(t+T_1) - u_\infty} = \dfrac{e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda(t+T_1)}} = e^{\lambda T_1}$

donc $\delta = \lambda T_1 = \lambda \frac{2\pi}{\omega_1}$ $\quad \boxed{\delta = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{m^2} - 1}}}$

23. On suppose $m^2 \ll 1$, alors $\omega_1 \simeq \omega_0$

$\delta \simeq 2\pi m$

. On relève graphiquement $T_1 = 6$ ms

donc $\omega_0 \simeq \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \boxed{\frac{\pi}{3} \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1} \simeq \omega_0}$

. On relève $\dfrac{u(T_1)}{u_\infty} = 0{,}475$

$\delta = \ln\left(\dfrac{u(0) - u_\infty}{u(T_1) - u_\infty}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{0{,}525}\right) = -\ln(0{,}525)$

$\boxed{m = \dfrac{\delta}{2\pi} = 0{,}1}$

$m^2 = 0{,}01 \ll 1$: l'hypothèse est validée.

24. $E = ri + L\frac{di}{dt} + u$ et $i = C\frac{du}{dt} + \frac{u}{R}$

Donc $Ei = ri^2 + Li\frac{di}{dt} + Cu\frac{du}{dt} + \frac{u^2}{R}$

soit, $\boxed{Ei = \frac{d\mathcal{E}}{dt} + ri^2 + \frac{u^2}{R}}$

On identifie $\mathcal{E} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu^2$, $\alpha = r$ et $\beta = \frac{1}{R}$

Ei : puissance fournie par la source

ri^2 : puissance dissipée par effet Joule dans r

$\frac{u^2}{R}$: ——— ——— R

$\frac{d\mathcal{E}}{dt}$: puissance reçue par le condensateur et la bobine

3. Production de dichlore

25. $$Q_r = \frac{P_{Cl_2}^2 \, P_{H_2O}^2 \, P^\circ}{P_{HCl}^4 \, P_{O_2}}$$

Si la réaction était totale, P_{HCl} ou $P_{O_2} \to 0$, donc $Q_r \to +\infty$.

Ainsi, Q_r atteint nécessairement K.

26.

état	$4HCl$	$+ O_2$	$= 2Cl_2$	$+ 2H_2O$
i	$4n$	n	0	0
f	$4(n-\xi)$	$n-\xi$	2ξ	2ξ

On note $\tau = \frac{\xi}{n} = 85\,\%$

$P_{HCl} = 4(n-\xi)\frac{RT}{V} = 4(1-\tau)\frac{nRT}{V}$ $\quad P_{O_2} = (n-\xi)\frac{RT}{V} = (1-\tau)\frac{nRT}{V}$ $\quad P_{Cl_2} = P_{H_2O} = 2\xi\frac{RT}{V} = 2\tau\frac{nRT}{V}$

À l'équilibre, $Q_r = \frac{(2\tau)^4}{4^4(1-\tau)^5}\frac{P^\circ V}{nRT} = K$

donc $$\boxed{n = \frac{\tau^4}{16(1-\tau)^5}\frac{P^\circ V}{RTK}}$$

A.N. $\tau = 0{,}85$ $\quad P^\circ = 10^5$ Pa $\quad V = 10 \times 10^{-3}$ m^3

$T = (350 + 273)$ K $\quad$ donc $\boxed{n = 9{,}12 \times 10^{-2} \text{ mol}}$

27.

V et T ne varient pas, donc Q_r ne varie pas.

Partant d'un équilibre chimique, il n'y a pas d'évolution.

28. A l'équilibre, $Q_r = K$

$n_{gaz} = 5n - \xi$

$$P_{HCl} = x_{HCl}\,P = \frac{4(n-\xi)}{5n-\xi}\,P = \frac{4(1-\tau)}{5-\tau}\,P$$

$$P_{O_2} = \frac{1-\tau}{5-\tau}\,P$$

$$P_{Cl_2} = P_{H_2O} = \frac{2\tau}{5-\tau}\,P$$

donc $$\frac{(2\tau)^4(5-\tau)}{4^4(1-\tau)^5}\,\frac{P^0}{P} = K$$

$$\boxed{\frac{\tau^4(5-\tau)}{16(1-\tau)^5} = K\frac{P}{P^0}}$$

29. On résout $\tau^4(5-\tau) - K\dfrac{P}{P^0}16(1-\tau)^5 = 0$

```
def f(t):
    K = 910
    P = 2
    return t**4*(5-t)-K*P*16*(1-t)**5 = 0

a = 0
b = 1
while b-a > 1e-10:
    m = (a+b)/2
    if f(a)*f(m) <= 0:
        b = m
    else:
        a = m
print(m)
```

30. Q_r est une fonction croissante de τ,

donc $\tau \mapsto \dfrac{\tau^4(5-\tau)}{16(1-\tau)^5}$ est une fonction croissante de τ

A l'équilibre, $\dfrac{\tau^4(5-\tau)}{16(1-\tau)^5} = K \dfrac{P}{P^\circ}$

Donc, <u>si P augmente, τ augmente</u>.

31. $$Q_r = \frac{x_{Cl_2}^2 \, x_{H_2O}^2}{x_{HCl}^4 \, x_{O_2}} \frac{P^0}{P}$$

$$= \frac{n_{Cl_2}^2 \, n_{H_2O}^2 \, n_{gaz}}{n_{HCl}^4 \, n_{O_2}} \frac{P^0}{P}$$

Si n_{gaz} augmente, alors <u>Q_r augmente</u>

$Q_r > K$: la réaction a lieu dans le <u>sens indirect.</u>