

Concours blanc - Épreuve de Physique-Chimie

Durée : 4h

Calculatrice autorisée

Les deux sous-parties de la partie 1, la partie 2 et la partie 3 sont indépendantes et **doivent impérativement être rédigées sur des copies différentes**. Il est donc attendu **4 copies différentes**.

Partie 1 : Jupiter

Données :

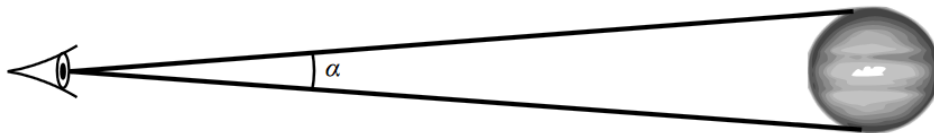
- Constante de la gravitation universelle : $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Accélération de la pesanteur terrestre : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Pouvoir de résolution de l'œil : $\varepsilon_{\text{œil}} = 1,5'$
- Conversion : $1^\circ = 60'$ (minutes d'angle)
- Masse de la Terre : $M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$
- Masse de Jupiter : $M_J = 1,97 \times 10^{27} \text{ kg}$
- Rayon de la Terre : $R_T = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$
- Rayon de Jupiter : $R_J = 7,0 \times 10^4 \text{ km}$
- Rayon de l'orbite terrestre : $d_T = 1,50 \times 10^8 \text{ km}$
- Rayon de l'orbite de Jupiter : $d_J = 7,80 \times 10^8 \text{ km}$
- Période de révolution sidérale de la Terre : $T_T = 365,25 \text{ j}$

1 Observer Jupiter depuis la Terre

C'est en janvier 1610, à l'aide d'une très modeste lunette astronomique, que Galilée se rendit compte de la présence de quatre points lumineux à proximité de la planète géante. En notant soigneusement leurs positions, plusieurs soirs de suite, il s'aperçut que ces quatre points étaient mobiles et comprit qu'ils tournaient autour de la planète. Galilée venait de découvrir les quatre satellites principaux de Jupiter. Ganymède est le plus gros satellite de Jupiter. Son orbite est pratiquement circulaire de rayon $1,070 \times 10^6 \text{ km}$ et sa période de révolution est de 7,155 j.

1. Établir la troisième loi de Kepler, dans le cas particulier d'une trajectoire circulaire.
2. En déduire la masse de Jupiter. Comparer cette valeur à celle fournie dans les données.
3. Calculer la masse volumique moyenne de Jupiter.

Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles ayant pour centre le Soleil, contenus dans un même plan, de rayons respectifs d_T et d_J et décrits dans le même sens. La planète Jupiter est modélisée en première approximation par une sphère de rayon R_J .



La situation la plus favorable à l'observation se produit lorsque la distance Terre-Jupiter est minimale et porte le nom d'opposition de Jupiter.

4. Calculer l'angle maximal α_{max} (en radians) sous lequel Jupiter est vue depuis la Terre.
5. À l'aide des données fournies, évaluer la période de révolution sidérale T_J de Jupiter.
6. Évaluer la durée s'écoulant entre deux oppositions de Jupiter. On pourra s'appuyer sur des schémas.

Une lunette astronomique est un système optique centré constitué d'un objectif et d'un oculaire. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de centre optique O_1 , de distance focale $f'_1 = 100 \text{ cm}$ et de diamètre D_1 . L'oculaire est une lentille mince convergente de centre optique O_2 , de distance focale $f'_2 = 10 \text{ cm}$ et de diamètre D_2 .



7. À quelle condition l'œil d'un observateur, supposé sans défaut, n'accomode-t-il pas (ne se fatigue pas) ? En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire dans ce cas de figure. Ce système optique possède-t-il des foyers ? Comment se nomme un tel système optique ?
8. Rappeler les conditions de l'approximation de Gauss.
9. Reproduire le schéma de la lunette, sans respecter les échelles, et compléter la marche du rayon incident d'angle α avec l'axe optique en faisant clairement apparaître les traits de construction. Indiquer l'angle orienté α' sous lequel est vue la planète à travers l'instrument sous ces mêmes conditions. Jupiter est-elle vue droite ou renversée à travers la lunette ?
10. Déterminer le grossissement de la lunette $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ en fonction de f'_1 et de f'_2 et calculer celui-ci.
11. Jupiter pourra-t-elle être discernée correctement avec une telle lunette ?

2 La trajectoire de la sonde Juno

S'échapper de la Terre

Lancée en 2011 depuis la Terre, la sonde Juno doit collecter sur place des données sur les couches internes de Jupiter, la composition de son atmosphère et les caractéristiques de sa magnétosphère.

Pour libérer un objet M de masse m de l'attraction gravitationnelle terrestre, on comprend qu'il est nécessaire de le « lancer » vers l'espace avec une vitesse suffisamment importante. La vitesse de libération de la Terre v_ℓ est précisément la vitesse minimale, évaluée dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, avec laquelle on doit lancer l'objet pour qu'il « s'échappe ».

12. En appliquant le théorème de l'énergie mécanique à l'objet M entre l'instant initial (M à la surface de la Terre) et l'instant final (M à l'infini), déterminer la vitesse de libération v_ℓ à la surface de la Terre, en fonction de \mathcal{G} , M_T et R_T .
13. Exprimer v_ℓ en fonction de g et R_T uniquement et calculer sa valeur.

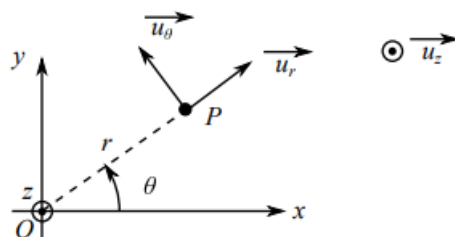
Caractéristiques de la trajectoire

La sonde Juno devait, en tout, effectuer 36 révolutions complètes autour de Jupiter et achever sa mission en février 2018 mais un problème de moteur a contraint les ingénieurs à la laisser sur une orbite elliptique de 53 jours.

On assimile la sonde Juno à un point matériel P de masse m soumis uniquement à la force d'interaction gravitationnelle exercée par Jupiter de masse M_J . En outre, le centre O de Jupiter est supposé immobile dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen et la sonde est repérée par le vecteur position $\vec{r} = \vec{OP}$.

14. Dans quelle circonstance est-il légitime de supposer que le centre de Jupiter est immobile ? Justifier alors l'approximation galiléenne du référentiel jupiterocentrique.
15. Montrer que le moment cinétique \vec{L}_O est constant au cours du temps. Conclure que le mouvement de la sonde est plan. Définir le plan du mouvement.

Il est donc plus judicieux de travailler en coordonnées cylindriques plutôt qu'en coordonnées sphériques. De plus, on choisit O comme étant l'origine du système de coordonnées cylindriques.



16. On définit le vecteur \vec{C} par $\vec{C} = \frac{\vec{L}_O}{m}$. En exprimant \vec{C} dans la base cylindrique orthonormée directe $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, montrer que $r^2 \frac{d\theta}{dt}$ est une constante du mouvement que l'on exprimera en fonction de $C = \vec{C} \cdot \vec{u}_z$.
17. Exprimer l'énergie mécanique de la sonde et montrer qu'elle se met sous la forme :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + U_{\text{eff}}(r) \quad \text{avec} \quad U_{\text{eff}}(r) = \frac{mC^2}{2r^2} - \mathcal{G} \frac{mM_J}{r}.$$

Justifier que \mathcal{E}_m se conserve.

18. Tracer l'allure du graphe $U_{\text{eff}}(r)$ et discuter les trajectoires possibles de la sonde en fonction de \mathcal{E}_m . On distinguera en particulier les états qualifiés de liés de ceux dits de diffusion.
19. Dans le cas particulier d'une trajectoire circulaire de rayon R , établir l'expression de \mathcal{E}_m en fonction de \mathcal{G} , m , M_J et R . Exprimer, sans justifier, \mathcal{E}_m en fonction de a dans le cas d'une trajectoire elliptique.

On note r_{\min} et r_{\max} les distances minimale et maximale de la sonde sur son orbite elliptique, à Jupiter.

20. Donner une première équation liant r_{\min} , r_{\max} et a .
21. Montrer que r_{\min} et r_{\max} vérifient la relation suivante :

$$r_{\min} r_{\max} = \frac{-mC^2}{2\mathcal{E}_m}$$

Ces deux relations permettent de déterminer r_{\min} et r_{\max} , ce que l'on ne demande pas.

Partie 2 : Conversion électromécanique



Rotor et stator d'une machine électrique

1 Mouvement d'une barre sur des rails

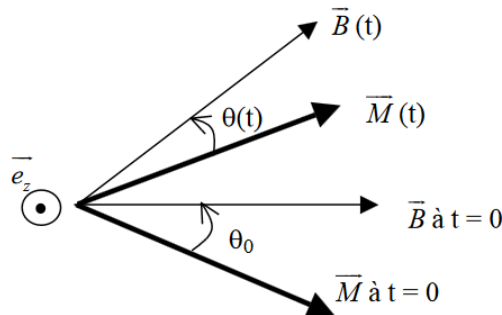
Une barre de masse m peut glisser sans frottements sur deux rails parallèles distants de a . Les deux rails et la barre forment un plan horizontal. Les seuls mouvements possibles de la barre sont des translations rectilignes parallèlement à la direction des rails notée Ox . La position de la barre est donc repérée par la variable x . En $x = 0$, les deux rails sont reliés par une bobine d'inductance L en série avec une résistance R . La résistance de l'ensemble barre et rails est supposée négligeable devant R . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique stationnaire, uniforme et perpendiculaire au plan horizontal $\vec{B} = B\vec{e}_z$ ($B > 0$). A l'instant initial, la barre est lancée en $x = a > 0$, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$ ($v_0 > 0$).

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $v = \dot{x}$.
2. Faire un bilan de puissance et commenter.
3. A partir de l'équation différentielle mais sans la résoudre, caractériser le régime permanent.
4. Décrire sans calculs les différentes évolutions possibles en s'appuyant sur le tracé de l'allure des courbes $v(t)$ correspondantes.

2 Machine synchrone

La machine synchrone est souvent utilisée comme génératrice. On l'appelle alors « alternateur ». C'est ce type de machine qui fournit l'énergie électrique appelée par le réseau de distribution dans les centrales électriques. Elle a également été utilisée en traction ferroviaire (rôle moteur) dans le TGV atlantique. Néanmoins, on la rencontre peu dans les applications domestiques, car elle est plus coûteuse à fabriquer et moins robuste que la machine asynchrone et elle ne peut pas démarrer simplement de façon autonome.

La partie mobile d'un moteur synchrone (rotor) est constituée d'un bobinage alimenté par un courant continu, de moment magnétique \vec{M} , de module M constant. On suppose que \vec{M} est animé dans le plan Oxy d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire $\omega > 0$. Le mouvement s'effectue dans une partie de l'espace où règne un champ magnétique uniforme de norme B , tournant à la vitesse angulaire ω_s , créé par la partie fixe de la machine (stator). On note θ l'angle (\vec{M}, \vec{B}) à l'instant t , et $\theta_0 = \theta(0)$ sa valeur à l'instant $t = 0$.



5. Exprimer $\theta(t)$ en fonction de ω , ω_s et t .
6. En déduire la valeur instantanée du couple \vec{T} exercé par le champ magnétique sur le rotor.

On suppose dorénavant que $\omega = \omega_s$.

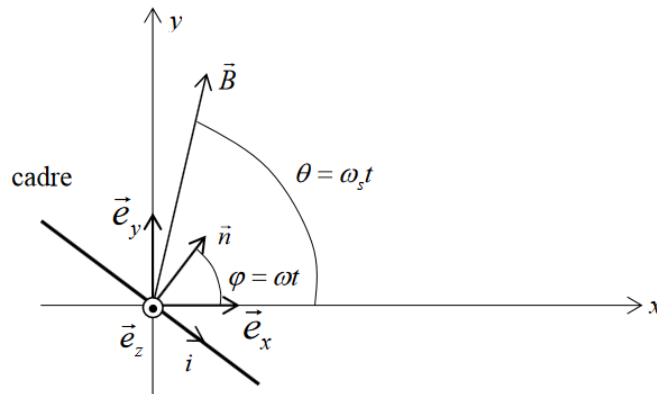
7. Exprimer la puissance des actions de Laplace sur le rotor.

8. Quelle condition l'angle θ en régime permanent doit-il vérifier pour que cette machine fonctionne en moteur ?
9. On suppose que la machine, fonctionnant en moteur, entraîne une « charge » qui impose au moteur un couple résistant de norme constant Γ_r (les autres couples résistants étant négligés). Quelle condition doit vérifier Γ_r pour que le moteur puisse effectivement entraîner la charge ?

3 Machine asynchrone

Les machines asynchrones sont les machines à courant alternatif les plus répandues. On les utilise dans de nombreux dispositifs domestiques (machines à laver, sèche linge, tondeuse électrique, etc), ainsi que dans des dispositifs industriels (machine outil). Elles sont également utilisées pour la traction ferroviaire dans les derniers modèles de TGV (TGV nord). Le principal avantage de ces machines est leur faible coût de fabrication et leur grande robustesse.

Le rotor est modélisé ici par un cadre rectangulaire de surface S mobile autour de l'axe Oz , de résistance R et d'inductance propre L . Ce cadre de vecteur normal \vec{n} tourne autour de Oz avec une vitesse angulaire $\omega > 0$ constante. Le mouvement s'effectue dans une partie de l'espace où règne un champ magnétique uniforme de norme B , tournant à la vitesse angulaire ω_s , créé par la partie fixe de la machine (stator). On note $\Omega = \omega_s - \omega$ la vitesse dite de glissement, supposée constante.



10. Expliquer qualitativement le phénomène permettant au cadre de tourner.
 11. Exprimer la force électromotrice induite e qui apparaît dans le cadre en fonction de B , S , Ω et t .
 12. Représenter le schéma électrique équivalent du cadre et établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant parcourant le cadre.
- On note $i(t) = I \cos(\Omega t + \varphi)$ l'intensité en régime permanent et $\underline{i}(t) = I e^{j(\Omega t + \varphi)}$, sa représentation complexe.
13. Donner l'équation différentielle complexe vérifiée par $\underline{i}(t)$. On rappelle que $\sin(\Omega t) = \cos(\Omega t - \frac{\pi}{2})$.
 14. En déduire les expressions de I et φ , en fonction de Ω , B , S , R et L .
 15. Exprimer le couple \vec{T} exercé par le champ magnétique sur le rotor, en fonction de i , B , S , Ω , t et un vecteur unitaire.
 16. Exprimer la valeur moyenne du couple $\langle \vec{T} \rangle$ en fonction I , B , S , φ et un vecteur unitaire, puis en fonction de Ω , B , S , R , L et un vecteur unitaire. On rappelle que $\cos(a) \sin(b) = \frac{1}{2} [\sin(a + b) - \sin(a - b)]$.
 17. En déduire pour quelles valeurs de ω , la machine asynchrone fonctionne en moteur.

Partie 3 : Autour de l'eau oxygénée

L'eau oxygénée commerciale est une solution aqueuse de peroxyde d'hydrogène (H_2O_2) utilisée comme désinfectant pour des plaies, pour l'entretien des lentilles de contact ou comme agent de blanchiment.

Les données sont en fin d'énoncé.



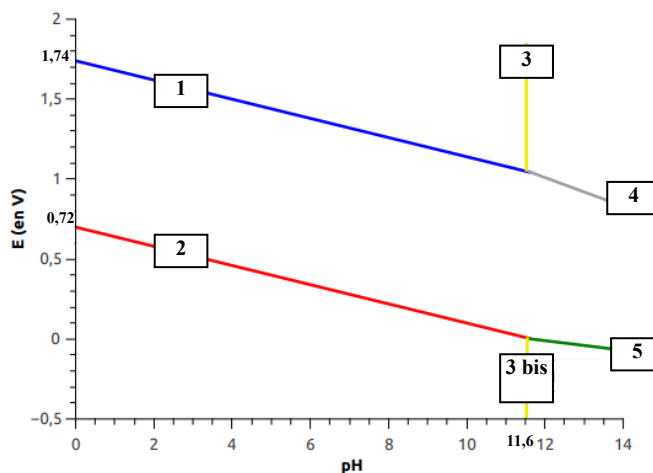
A) Généralités

- 1) La molécule de peroxyde d'hydrogène (ou eau oxygénée) a pour formule brute H_2O_2 .
 - a) Proposer une formule de Lewis pour cette molécule.
 - b) En déduire les nombres d'oxydation de H et de O dans cet édifice. Commenter.
 - c) Déterminer la géométrie spatiale autour de chaque oxygène.
- 2) Ecrire les demi-équations électroniques associées aux deux couples d'oxydoréduction faisant intervenir H_2O_2 en précisant le rôle de H_2O_2 dans chacun des deux cas.
- 3) Sachant d'autre part que H_2O_2 est la forme acide d'un couple acido-basique, identifier sa base conjuguée et écrire l'équation bilan de la réaction dont la constante est la constante d'acidité de ce couple acido-basique ($\text{p}K_a = 11,6$). Donner l'expression littérale de K_a .

B) Diagramme E - pH

On donne ci-dessous à 25 °C, une première ébauche du diagramme potentiel-pH de l'eau oxygénée tracé pour une concentration totale en solution de l'eau oxygénée de $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ et en prenant la pression de dioxygène égale à 1,00 bar.

- 1) Etablir les équations des frontières 1 et 2.
- 2) Justifier la position des frontières 3 et 3 bis.
- 3) Placer les différentes espèces.
- 4) Déterminer les pentes des frontières 4 et 5.



- 5) L'observation de ce diagramme permet-elle de conclure quant à la stabilité ou l'instabilité thermodynamique des solutions d'eau oxygénée (la réponse devra être justifiée).
- 6) Ecrire l'équation de la réaction de dismutation de l'eau oxygénée avec un coefficient stœchiométrique égal à 1 pour H_2O_2 . Calculer sa constante. Commenter.

C) Dosage

On trouve en parapharmacie des solutions d'eau oxygénée portant l'indication eau oxygénée à 10 volumes. Cela signifie que 1 L d'eau oxygénée à 10 volumes libère 10 L de dioxygène gazeux, à 0°C, sous la pression $P = 1,013 \text{ bar}$.

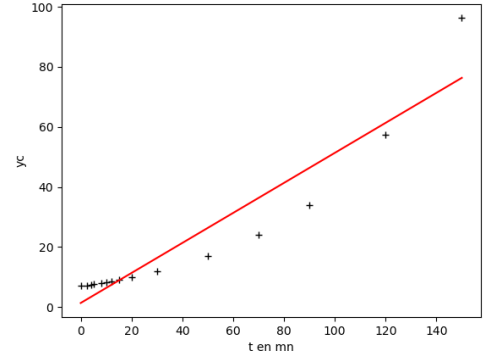
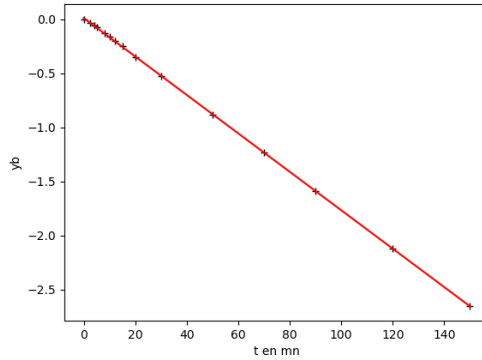
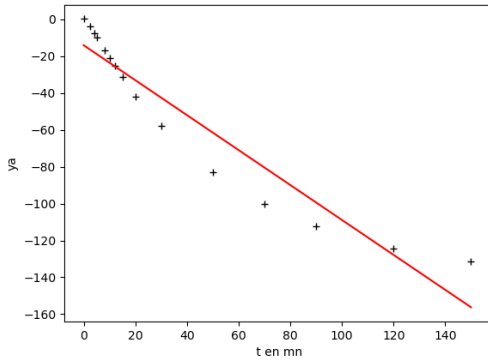
- 1) Calculer l'ordre de grandeur de la concentration molaire de la solution en eau oxygénée évoquée ci-dessus.
- 2) Comment peut-on expliquer l'existence de telles solutions commerciales, étant donnée la conclusion du B)5)?
- 3) Les solutions d'eau oxygénée peuvent être dosées par manganimétrie, le dosage étant suivi par potentiométrie.
 - a) Ecrire l'équation de la réaction de dosage. Calculer sa constante et conclure.
 - b) Un suivi colorimétrique serait-il envisageable ? Expliquer.
- 4) On a mis dans le bécher 10,0 mL de solution d'eau oxygénée auxquels on a ajouté 85 mL d'eau et 5 mL d'acide sulfurique concentré (on veut un $\text{pH} = 0$). L'équivalence est obtenue pour un volume versé de 17,0 mL de solution de permanganate de potassium à $0,020 \text{ mol.L}^{-1}$. Calculer la concentration de la solution d'eau oxygénée. Cette solution a été obtenue en diluant 10 fois la solution commerciale. Conclure.
- 5) Quelles sont les électrodes nécessaires pour suivre ce dosage par potentiométrie ? Préciser le rôle de chacune d'entre elles.

D) Cinétique de la réaction de dismutation du peroxyde d'hydrogène (ou eau oxygénée) .

- 1) En supposant que l'ordre de la réaction de dismutation vaut 0, 1 ou 2, établir la loi donnant la concentration en eau oxygénée en fonction du temps dans les 3 cas.
- 2) Quelle(s) courbe(s) faudrait-il tracer pour déterminer graphiquement la valeur de l'ordre ? Quelle grandeur pourra alors être déterminée ?
- 3) Dans cette manipulation, on va atteindre la vitesse de réaction par mesure de la pression dans un erlenmeyer fermé dans lequel on a introduit initialement les réactifs en présence d'air. La température est maintenue constante par un bain thermostaté. Pour chaque manipulation on introduit dans l'erlenmeyer 30,0 mL d'eau oxygénée à 0,25 mol.L⁻¹, 20,0 mL d'eau et 3,0 mL de solution de cation Fe(III) à 0,037 mol.L⁻¹ (catalyseur). On ferme rapidement l'erlenmeyer tout en déclenchant l'acquisition de la mesure de la pression. Le volume disponible pour la phase gazeuse a par ailleurs été mesuré : il est égal à 69,0 mL. L'expérience dont les résultats suivent a été réalisée à 20,3 °C. ΔP correspond à la variation de pression $P(t) - P(t = 0)$.

t (mn)	2,5	4,0	5,0	8,0	10,0	12,0	15,0
ΔP (Pa)	3900	7300	9600	16100	20000	23800	29200

- a) Établir la relation littérale entre $[H_2O_2]$ et ΔP .
- b) Pour trouver graphiquement la valeur de l'ordre à partir du tableau précédent, les 3 courbes suivantes ont été tracées.
 - Courbe (a) : $y_a = 1,068.10^{-3} \Delta P$ en fonction du temps.
 - Courbe (b) : $y_b = \ln(1 - 7,549.10^{-6} \Delta P)$ en fonction du temps.
 - Courbe (c) : $y_c = \frac{1}{0,142 - 1,068.10^{-6} \Delta P}$ en fonction du temps.



Déduire des tracés proposés la valeur de l'ordre et évaluer la valeur de la constante de vitesse à cette température.

- 4) La même réaction a été réalisée à trois autres températures. On a obtenu les valeurs suivantes pour les constantes de vitesse :

T (°C)	11,5	23,8	28,0
k (mn ⁻¹)	0,0069	0,0244	0,0368

Calculer l'énergie d'activation de la réaction de décomposition de l'eau oxygénée.

Données :

$E_1^\circ = E^\circ(H_2O_2, H_2O) = 1,77 \text{ V}$; $E_2^\circ = E^\circ(O_{2(g)}, H_2O_2) = 0,69 \text{ V}$; $E_3^\circ = E^\circ(MnO_4^-, Mn^{2+}) = 1,51 \text{ V}$
 $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Observer Jupiter depuis la Terre - Corrigé

Toute affirmation non démontrée, non justifiée est sans valeur.

1) Troisième loi de Kepler à établir, dans le cas particulier d'une trajectoire circulaire.

Référentiel, système, bilan des forces et étude cinématique !

Etablir !!

Dans le référentiel « jupitocentrique » considéré galiléen, on étudie un satellite quasi ponctuel de masse m décrivant une orbite circulaire de rayon d , centrée sur Jupiter.

Etude cinématique ds la base polaire pour une trajectoire circulaire : $\vec{v} = d \dot{\theta} \vec{u}_\theta$ et $\vec{a} = -d \dot{\theta}^2 \vec{u}_r + d \ddot{\theta} \vec{u}_\theta$

Force subie par le satellite due à l'attraction de Jupiter : $\vec{F} = -\frac{G m M_J}{d^2} \vec{u}_r$

La seconde loi de Newton projetée sur \vec{u}_r donne : $-m \frac{v^2}{d} = -\frac{G m M_J}{d^2}$ et ainsi $v = \sqrt{\frac{G M_J}{d}}$

v est constante donc durant la durée T (tour complet), on peut écrire : $v = \frac{2 \pi d}{T}$

Rq : La trajectoire est circulaire, c'est le mouvement qui est circulaire uniforme !

Cela conduit à : $\frac{T^2}{d^3} = \frac{4 \pi^2}{G M_J}$, expression mathématique de la 3^{ème} loi de Képler.

Enoncé : Pour un **centre attracteur donné**, le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du rayon (1/2 grand axe par extension de la 3^{ème} loi de Képler aux trajectoires elliptiques) OU pour un **centre attracteur donné** le rapport $\frac{T^2}{d^3}$ est indépendant du satellite.

2) Masse de Jupiter :

- Expliquer les valeurs numériques utilisées : Compte tenu de l'énoncé, dans le référentiel jupito-centrique, le satellite Ganymède décrit une orbite circulaire de rayon $R = 1,070 \cdot 10^9$ m pendant une durée $T = 1,155$ j = 618 192 s.

- On en déduit $M_J = \frac{R^3 4 \pi^2}{T^2 G} = 1,9 \cdot 10^{27}$ kg. Valeur conforme à la donnée de l'énoncé.

3) Masse volumique moyenne de Jupiter :

En assimilant Jupiter à une sphère de rayon R_J : $\mu = \frac{M_J}{\frac{4}{3} \pi R_J^3} = 1,37 \cdot 10^3$ kg.m⁻³

Attention à l'unité.

Donner la valeur numérique intermédiaire du volume n'a aucun intérêt.

4) Angle d'observation :

Impératif Schéma 1 :

Dans cette situation d'opposition, la distance TJ est la plus faible, les deux planètes sont donc alignées avec le soleil et du même côté.

Les rayons de la Terre et de Jupiter sont très négligeables devant les rayons des orbites (représentation sous forme de points T et J) donc la plus petite distance entre T et J est $d_J - d_T$

Schéma 2 :

Jupiter représenté par un segment.

Géométriquement, dans le triangle rectangle ci-contre,

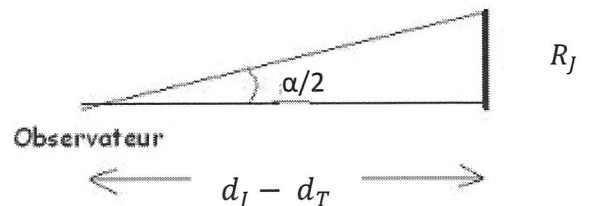
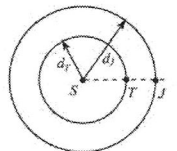
on a $\tan \frac{\alpha_{max}}{2} = \frac{R_J}{d_J - d_T}$

Soit dans le cadre des petits angles : $\alpha_{max} \approx \frac{2 R_J}{d_J - d_T}$

A.N. : $\alpha_{max} = 2,2 \cdot 10^{-4}$ rad

Confusion rayon et diamètre.

Schémas absents.



5) Période de révolution sidérale T_J de Jupiter :

Attention, changement de système et de référentiel.

Un schéma sur lequel les rayons lumineux ne sont pas fléchés n'a pas de valeur.

Distances focales : « f » (minuscule)

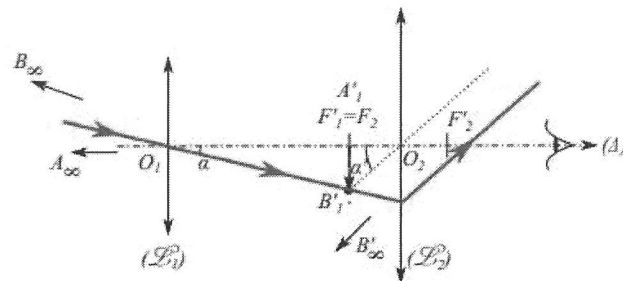
Foyers : « F » (majuscule)

L'énoncé demande de tracer le devenir du rayon incident à travers toute la lunette. On ne doit pas l'interrompre en B'_1 .

Le rayon incident passe par O_1 donc n'est pas dévié par l'objectif.

En pointillés, trait de construction permettant de connaître l'inclinaison du rayon émergent.

$A'_1B'_1$: image intermédiaire.



ATTENTION, selon l'énoncé les angles sont orientés donc algébriques.

Choix arbitraire car non indiqué dans l'énoncé : le sens trigo est choisi comme sens positif des angles orientés.

Alors, sur ce schéma α est négatif et α' positif (rayon incident pointant vers le bas et rayon émergent pointant vers le haut).

Comme l'inclinaison des rayons est « inversée », Jupiter sera vue **renversée à travers la lunette**.

10) Grossissement algébrique car angles orientés :

Dans le cadre des petits angles, on assimile l'angle en radian à sa tangente.

Ainsi on a $\alpha = -\frac{B'_1A'_1}{f'_1} < 0$ et $\alpha' = \frac{B'_1A'_1}{f'_2} > 0$

Alors $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{-f'_1}{f'_2} = -10$ (image renversée)

11) Dans une situation d'opposition, Jupiter est vue « au mieux » à l'œil nu sous l'angle α_{\max} et est donc vue à travers la lunette au mieux sous l'angle **$10 \alpha_{\max} = 2,2 \cdot 10^{-3}$ rad.**

Le pouvoir de résolution de l'œil est $\varepsilon = 1,5' = 4,4 \cdot 10^{-4}$ rad. On note que $10 \alpha_{\max} > \varepsilon$. Ainsi **Jupiter pourra être discernée correctement avec une telle lunette.**

2 La trajectoire de la sonde Juno

12. $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_T}{r}$

D'après le théorème de l'énergie mécanique, $\frac{1}{2}mv_\ell^2 - \frac{GmM_T}{R_T} = 0$, d'où $v_\ell = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$

Ne pas confondre

- l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = mgz$ (pour \vec{u}_z vers le haut) qui ne s'applique que dans un champ de pesanteur uniforme,
- l'énergie potentielle de gravitation $E_p = -G\frac{mM}{r}$ que l'on retrouve avec la relation $dE_p = -\vec{F} \cdot d\vec{OM} = G\frac{mM}{r^2}dr$

13. Le poids est la force de gravitation exercée par la Terre sur un objet à sa surface,¹ donc $P = mg = \frac{GmM_T}{R_T^2}$, d'où $GM_T = gR_T^2$,

Ainsi, $v_\ell = \sqrt{2gR_T} = 11,2 \text{ km/s}$

Une rapide vérification de l'homogénéité aurait permis de corriger bien des erreurs.

14. On peut supposer le centre de Jupiter immobile dans le référentiel héliocentrique, si la masse de la sonde est négligeable devant celle de Jupiter (pas trop de souci de ce côté là) et si la durée du mouvement est négligeable devant la période de révolution de Jupiter. La période de l'orbite de la sonde, 53 j, est bien négligeable devant la période de révolution de Jupiter (12 a), donc le référentiel jupiterocentrique peut être considéré comme galiléen.

15. On applique le théorème du moment cinétique par rapport à O , à la sonde.

$\vec{F} = -\frac{GmM_J}{r^2}\vec{u}_r$ est centrale donc $\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{0}$

Donc $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{0}$, c'est-à-dire que \vec{L}_O se conserve.

$\vec{L}_O = m\vec{OP} \wedge \vec{v}$ donc $\vec{OP} \perp \vec{L}_O$. Ainsi le mouvement reste dans le plan passant par O orthogonal à \vec{L}_O . On ne peut pas utiliser les coordonnées cylindriques pour répondre à cette question. Le vecteur \vec{u}_z est ici défini par le vecteur moment cinétique : $\vec{u}_z = \frac{\vec{L}_O}{\|\vec{L}_O\|}$. Écrire $\vec{OP} = r\vec{u}_r$ et $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ suppose d'ailleurs que le mouvement soit plan.

16. $\vec{OP} = r\vec{u}_r$ et $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ donc $\vec{C} = \vec{OP} \wedge \vec{v} = r^2\dot{\theta}\vec{u}_z$.

\vec{L}_O se conserve, donc $C = r^2\dot{\theta}$ est une constante.

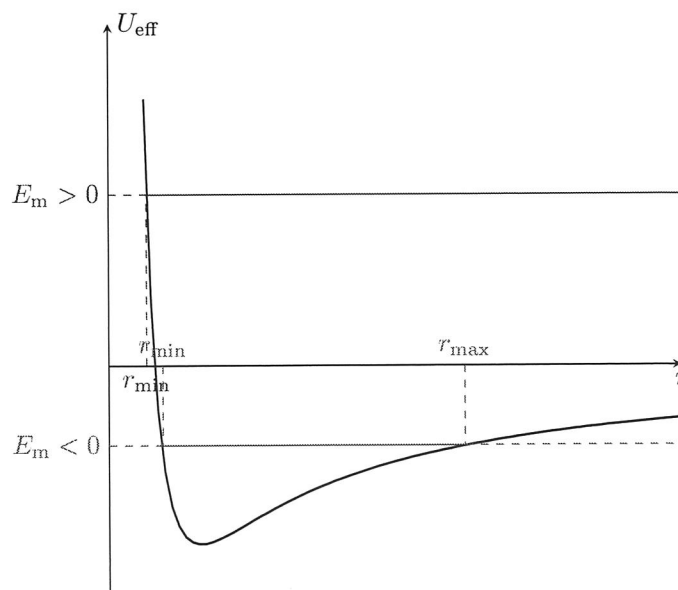
Attention, l'expression $\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ n'est valable que dans le cas particulier d'un mouvement circulaire.

17. $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_J}{r}$ et $v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 = \dot{r}^2 + \frac{C^2}{r^2}$,

donc $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{mC^2}{2r^2} - \frac{GmM_J}{r}$.

La sonde est soumise à la seule de force de gravitation, conservative, donc E_m se conserve.

18.

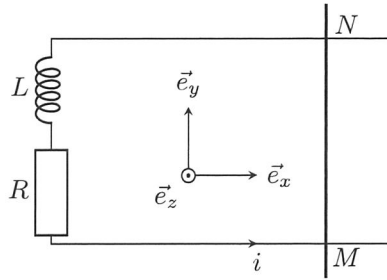


$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + U_{\text{eff}}(r)$ donc les valeurs de r accessibles sont telles que $U_{\text{eff}}(r) < E_m$.

1. Vous verrez l'année prochaine, qu'il y a en réalité dans le poids un terme supplémentaire (pratiquement négligeable), dû au caractère non galiléen du référentiel terrestre.

Partie 2 : Conversion électromécanique

1. On oriente le circuit.



La barre est soumise à :

- son poids
- la réaction des rails
- la force de Laplace : $\vec{F}_L = i\vec{MN} \wedge \vec{B} = iaB\vec{u}_x$

Attention, l'orientation $M \rightarrow N$ de la barre dépend de l'orientation de i choisie.

D'après le principe fondamental de la dynamique, $m\frac{dv}{dt} = iaB$ (équation mécanique)

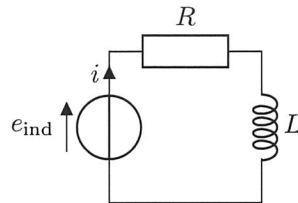


Schéma électrique équivalent :

D'après la loi de Faraday $e_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = Bax$, donc $e_{\text{ind}} = -Bav$.

D'après la loi des mailles, $L\frac{di}{dt} + Ri + Bav = 0$ (équation électrique)

Ainsi, $\frac{mL}{aB}\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{mR}{aB}\frac{dv}{dt} + Bav = 0$, soit $\boxed{\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv}{dt} + \frac{a^2B^2}{mL}v = 0}$

2.

$$\begin{cases} m\frac{dv}{dt}v = iaBv \\ L\frac{di}{dt}i + Ri^2 + Bavi = 0 \end{cases}$$

donc $L\frac{di}{dt}i + Ri^2 + m\frac{dv}{dt}v = 0$, c'est-à-dire

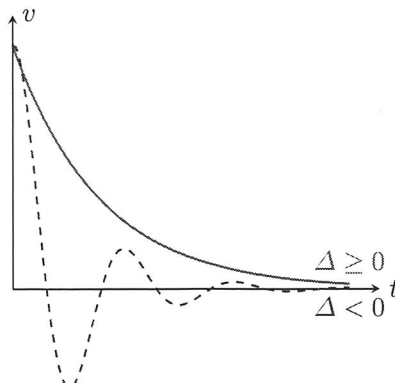
$$\boxed{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Li^2 \right) + Ri^2 = 0}$$

L'énergie cinétique et l'énergie magnétique stockée dans la bobine sont dissipées par effet Joule.

3. En régime permanent, $v \rightarrow 0$. Mathématiquement, la vitesse nulle n'est atteinte que asymptotiquement ; en pratique lorsque v devient très faible, les frottements ne sont plus négligeables et arrêtent la barre.

4. Il s'agit d'un oscillateur harmonique amorti. Le régime est donné par le signe du discriminant Δ de l'équation caractéristique.

- si $\Delta \geq 0$, $v \rightarrow 0$ sans oscillations : régime aperiodique (critique pour $\Delta = 0$)
- si $\Delta < 0$, $v \rightarrow 0$ avec des pseudo-oscillations : régime pseudo-periodique



Autour de l'eau oxygénée - Corrigé

Dans l'ensemble les justifications sont très insuffisantes voire inexistantes.

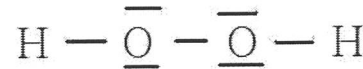
« Parachuter » un résultat ne donne pas de point !!

A) Généralités

1) La molécule de peroxyde d'hydrogène (ou eau oxygénée) a pour formule brute H_2O_2 .

a) **Formule de Lewis de H_2O_2 : Justifier !**

- N_v = nombre total d'électrons de valence = 2×1 (H, 1^{ère} colonne) + 2×6 (O, 16^{ème} colonne) = 14 soit 7 doublets disponibles.
- Formule de Lewis dans laquelle H satisfait la règle du duet et O celle de l'octet :



b) **Nombres d'oxydation de H et de O dans cet édifice : Justifier !**

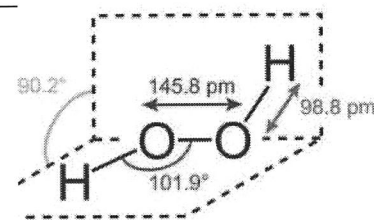
- Chaque liaison OH est rompue avec O qui emporte les 2 électrons car il est plus électronégatif que H. Ainsi chaque H se retrouve sans électron. Le nombre d'électrons de valence de H étant 1, chaque H porte un nombre de charge **+I, qui correspond au nombre d'oxydation de H** dans cette molécule.
- La liaison OO est symétrique donc rompue de façon symétrique (rupture homolytique). Ainsi chaque O se retrouve avec ses 2 doublets non liants, le doublet liant de la liaison OH et un électron provenant de la rupture de la liaison OO, soit avec 7 électrons périphériques. Le nombre d'électrons de valence de O étant 6, chaque O porte un nombre de charge **-I, qui correspond au nombre d'oxydation de O** dans cette molécule.
- **Remarque :** H a son no usuel +I et O a son nombre d'oxydation -I caractéristique des peroxydes.

c) **Géométrie spatiale autour de chaque oxygène : Justifier !**

La formule VSEPR autour de chaque O est $A X_2 E_2$.

Selon la théorie VSEPR, la **géométrie est coudée autour de chaque O.**

Complément (HP) : cf schéma ci-contre. Disposition spatiale des différentes liaisons les unes par rapport aux autres.



2) **Couples d'oxydoréduction faisant intervenir H_2O_2 :**

- $[no(O \text{ dans } H_2O_2) = -I] > [no(O \text{ dans } H_2O) = -II]$ donc **H_2O_2 est l'oxydant dans (H_2O_2, H_2O) :**
 $H_2O_2 + 2 H^+ + 2 e^- = 2 H_2O$
- $[no(O \text{ dans } H_2O_2) = -I] < [no(O \text{ dans } O_2) = 0]$ donc **H_2O_2 est le réducteur dans (O_2, H_2O_2) :**
 $O_2 + 2 H^+ + 2 e^- = H_2O_2$

3) **H_2O_2 est un acide**, donc il peut réagir sur l'eau pour libérer un H^+ que fixe H_2O . En perdant H^+ , il se transforme en sa base conjuguée : **HO_2^-** .

Par définition, l'équation bilan de la réaction dont la constante est la constante d'acidité de ce couple acido-basique est : $H_2O_2 + H_2O = HO_2^- + H_3O^+$ avec $K_a = \frac{[H_2O_2] \cdot h}{[H_2O_2]}$

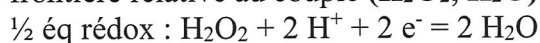
B) Diagramme $E-pH$

Toute étude de frontière rédox comporte :

- Identification du couple
- Ecriture de la $\frac{1}{2}$ éq électronique (qui n'est pas une réaction !)
- Ecriture de la formule de Nernst
- Convention de frontière.

1) **Frontières 1 et 2 :**

- **Frontière 1 :** elle démarre à 1,74 V, soit à une valeur de potentiel proche de E_1^0 . Il s'agit donc de la frontière relative au couple (**H_2O_2, H_2O**), cf donnée de l'énoncé.



$$\text{Formule de Nernst à } 25^\circ\text{C : } E = E_1^0 + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[H_2O_2] \cdot h^2}{1} \right)$$

$$E_{f1} = E_1^0 + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{c_{totale} \cdot h^2}{1} \right) = E_1^0 + \frac{0,06}{2} \log (0,1) - 0,06 \text{ pH} = 1,77 - 0,03 - 0,06 \text{ pH}$$

- La valeur de cette constante ($> 10^3$) confirme la dismutation qui est quasi-totale.
Thermodynamiquement parlant, H_2O_2 n'est pas stable.

C) Dosage

1) Concentration molaire de la solution en eau oxygénée évoquée ci-dessus :

Soit $V = 1$ L de solution, elle contient $n = cV$ moles d'eau oxygénée. « c » est l'inconnue.

D'après l'équation bilan de dismutation ($\text{H}_2\text{O}_2 = \text{H}_2\text{O} + \frac{1}{2} \text{O}_2$) et comme cette réaction est quasi-totale, quand la réaction est terminée, l'avancement $\xi = n$.

Or d'après l'équation bilan, la quantité de O_2 apparue est $n_{\text{gaz}} = \frac{\xi}{2} = \frac{cV}{2}$

Dans l'hypothèse de GP, V_g , le volume de gaz dégagé est donné par $PV_g = n_{\text{gaz}}RT$ soit $PV_g = \frac{cV}{2} RT$

Pour finir : $c = \frac{2PV_g}{VRT} = \frac{2 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 273} = 893 \text{ mol/m}^3 = \mathbf{0,893 \text{ mol/L}}$

Attention aux unités dans $PV = nRT$: P en Pa et V en m^3 .

2) Explication :

On peut acheter des solutions d'eau oxygénée. En effet la dismutation prévue par l'étude thermodynamique n'a pas lieu, la seule explication est que cette réaction est lente.

3) Dosage d'une solution d'eau oxygénée par manganimétrie, avec suivi potentiométrique.

a) Le **permanganate** est l'oxydant du couple ($\text{MnO}_4^- / \text{Mn}^{2+}$) :

$\frac{1}{2}$ éq rédox : $\text{MnO}_4^- + 8 \text{H}^+ + 5 \text{e}^- = \text{Mn}^{2+} + 4 \text{H}_2\text{O}$:

On la combine avec la $\frac{1}{2}$ éq rédox de **H_2O_2 réducteur** : $\text{O}_2 + 2 \text{H}^+ + 2 \text{e}^- = \text{H}_2\text{O}_2$

Equation de la **réaction de titrage** : $2 \text{MnO}_4^- + 6 \text{H}^+ + 5 \text{H}_2\text{O}_2 = 5 \text{O}_2 + 2 \text{Mn}^{2+} + 8 \text{H}_2\text{O}$

$K = 10^{\left(\frac{E_3^0 - E_2^0}{0,06} \cdot 10\right)} = 10^{137} \gg \gg 1$ donc réaction quasi-totale.

En supposant de plus, que cette réaction est unique et rapide, c'est une **bonne réaction de titrage**.

Il n'y a pas une espèce « manganèse » dans la solution !

b) Suivi colorimétrique :

Le permanganate est de couleur violet/rose intense, donc dès que l'équivalence est dépassée, comme le permanganate ne réagit plus, il s'accumule et la solution devient colorée. Cela permet un **suivi colorimétrique**.

4) Concentration de la solution commerciale d'eau oxygénée :

- À l'équivalence les réactifs ont été introduits dans les **proportions stœchiométriques**. Compte tenu de l'équation bilan, cela donne : $\frac{n(\text{H}_2\text{O}_2)_{\text{dosé}}}{5} = \frac{n(\text{MnO}_4^-)_{\text{éq}}}{2}$, soit $n(\text{H}_2\text{O}_2)_{\text{dosé}} = \frac{5}{2} c_{\text{per}} V_{\text{éq}} = 0,85 \text{ mmol}$
- **ATTENTION** : L'échantillon dont on cherche la concentration est de volume $V_0 = 10 \text{ mL}$.
La concentration de l'échantillon dosé ($V_0 = 10 \text{ mL}$) est donc $\frac{n(\text{H}_2\text{O}_2)_{\text{dosé}}}{V_0} = 0,085 \text{ mol/L}$
- La solution dosée a été obtenue en diluant 10 fois la solution commerciale, donc $c_{\text{ciale}} = 10 \cdot 0,085$
 $c_{\text{ciale}} = \mathbf{0,85 \text{ mol/L}}$
- La concentration obtenue par dosage est très proche de la valeur calculée. Le flacon d'eau oxygénée est « récent ». La dismutation a très peu avancé.

5) Matériel :

Pour réaliser un suivi potentiométrique il faut utiliser **deux électrodes** :

- Une **électrode de mesure** de potentiel : usuellement **électrode de Pt** (de 3^{ème} espèce), qui indique le potentiel de la solution dans laquelle elle trempe.
- Une **électrode de référence** de potentiel constant : en TP on utilise souvent une **électrode au calomel saturée** (2^{nde} espèce) .
- **Remarque 1** : souvent ces deux électrodes sont rassemblées en « une » électrode combinée.
- **Remarque 2** : cette année, en TP, l'électrode de référence était une électrode, $\text{Ag}/\text{AgCl}/\text{Cl}^-$.

D) Cinétique de la réaction de dismutation du peroxyde d'hydrogène (ou eau oxygénée) .

- **OU : plus simplement**, on exprime la différence de $\ln k$ entre deux températures :

$$\ln k_2 - \ln k_1 = -\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right). \text{ Alors } E_a = -R \cdot \frac{\ln k_2 - \ln k_1}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}$$

A.N. : Entre $T_2 = 28 + 273$ et $T_1 = 11,5 + 273$, on obtient $E_a = 72 \text{ kJ/mol}$