

Exercice 1. (♡) Après avoir justifié leur existence, déterminer les primitives des fonctions suivantes

- | | | |
|---|--|---|
| 1) -a- $x \mapsto x^4 - 3x^2 + 3\sqrt{x} + x^{\frac{2}{3}}$ | -b- $x \mapsto \frac{1}{x^2 + 5}$ | -c- $x \mapsto \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 4x + 3}$ |
| -b- $x \mapsto \frac{1}{x^2} - \frac{5}{x^3}$ | -c- $x \mapsto \frac{x + 1}{x^2 + 5}$ | 7) -a- $x \mapsto \frac{1}{4x^2 + 4x + 5}$ |
| -c- $x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ | -d- $x \mapsto \frac{1}{3x^2 + 2}$ | -b- $x \mapsto \frac{x^2 + 1}{4x^2 + 4x + 5}$ |
| 2) -a- $x \mapsto x\sqrt{3 + 2x^2}$ | 4) -a- $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 4}$ | 8) -a- $x \mapsto xe^{2x}$ |
| -b- $x \mapsto \sin(2x)\sqrt{2 + \cos(2x)}$ | -b- $x \mapsto \frac{2x + 3}{x^2 - 4}$ | -b- $x \mapsto (x^2 + 1)e^{-x}$ |
| -c- $x \mapsto \frac{e^x}{(4 + e^x)^3}$ | 5) -a- $x \mapsto \frac{1}{4x^2 - 4x + 1}$ | 9) -a- $x \mapsto x \sin(2x)$ |
| -a- $x \mapsto \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x}$ | -b- $x \mapsto \frac{2x + 3}{4x^2 - 4x + 1}$ | -b- $x \mapsto x^2 \cos x$ |
| -b- $x \mapsto \frac{1}{1 - e^{-x}}$ | 6) -a- $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ | 10) -a- $x \mapsto \sin x e^{2x}$ |
| -c- $x \mapsto \frac{e^t}{\sqrt{1 - e^{2t}}}$ | -b- $x \mapsto \frac{x^2}{x^2 - 4x + 3}$ | -b- $x \mapsto \cos(2x) e^{-x}$ |
| 3) -a- $x \mapsto \frac{x}{3x^2 + 1}$ | | 11) -a- $x \mapsto \cos^2 x \sin x$ |
| | | -b- $x \mapsto \cos^5 x$ |
| | | -c- $x \mapsto \sin^4 x$ |

Exercice 2. (*) Déterminer les primitives sur $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ de \tan , \tan^2 , \tan^3 et \tan^4 .

Exercice 3. (*) Calculer les primitives de $f : x \mapsto \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + 2}$.

[On montrera qu'il existe $(a, b, c) \in \mathbb{R}^2$, que l'on déterminera tels que: $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + 2} = ax + b + \frac{c}{x^2 + 2}$.]

Exercice 4. (*) Après avoir justifié leur existence, déterminer, à l'aide d'intégration par parties, une primitive de:

- | | | | |
|--|--|----------------------------|--|
| 1) $x \mapsto x \operatorname{Arctan} x$ | 2) $x \mapsto x^2 \operatorname{Arctan} x$ | 3) $x \mapsto \sin(\ln x)$ | 4) $x \mapsto \frac{\ln x}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}^*$ |
|--|--|----------------------------|--|

Exercice 5. (**) Après avoir justifié leur existence, déterminer une primitive de:

- | | | | |
|---|---------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $x \mapsto e^{\operatorname{Arccos}(t)}$ | 2) $x \mapsto x \sin^3 x$ | 3) $x \mapsto \sqrt{x^2 + 1}$ | 4) $x \mapsto x^2 e^x \sin(2x)$ |
|---|---------------------------|-------------------------------|---------------------------------|

Exercice 6. (♡) Après avoir justifié leur existence, calculer, à l'aide du changement de variable indiqué, les intégrales:

- | | | |
|--|---|--|
| 1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 - \cos^2 x} dx, u = \sin x$ | 3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}, u = \sin x$ | 4) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin x \cos x}, u = \tan x$ |
| 2) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{3 + \sin^2 x}, u = \cos x$ | | |

Exercice 7. (**) Déterminer une primitive des fonctions suivantes, sur un intervalle où une primitive existe.

- | | | | |
|---|---|---|--|
| 1) $x \mapsto \frac{\sin x}{\sin^2 x - \cos x}$ | 2) $x \mapsto \frac{\cos x}{\sin x \cos(2x)}$ | 3) $x \mapsto \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$ | 4) $x \mapsto \frac{\cos x}{1 + \tan x}$ |
|---|---|---|--|

Exercice 8. (**) Après avoir justifier leur existence, déterminer une primitive de :

- | | |
|--|--|
| 1) $x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x}}$. On pourra poser $u = \sqrt{1+t}$. | 3) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}+x}$. On pourra poser $u = \sqrt{t-1}$. |
| 2) $x \mapsto \sqrt{\frac{x}{(1-x)^3}}$. On pourra poser $u = \sqrt{\frac{t}{1-t}}$. | |