

## Remarques générales

- TOUS les résultats (réponses aux questions) doivent être encadrés à la règle. En particulier répondre à la question posée et tout encadrer. Ne pas seulement se contenter de souligner un bout de la réponse.
- Une nette amélioration de la présentation des copies depuis le premier DM. Toutefois, des copies sont encore très brouillonnes. Aérez; ne tassez pas; n'hésitez pas à passer à la ligne lorsque vous changez d'idée, lorsque qu'un calcul se fait en plusieurs étapes; ne pas écrire dans la marge. Utilisez des mots de logique pour connecter les idées : d'une part, d'autre part, par ailleurs, de plus, donc alors, d'où, .... Une copie de maths n'est pas une succession de calculs sans queue ni tête.
- Les devoirs sont souvent longs. Ne vous précipitez pas pour vouloir tout faire, soignez le rendement. En même temps, ne perdez pas de temps inutile (la justification de la dérivabilité peut parfois être faite plus rapidement, le calcul de limites par opérations aussi). Consultez le corrigé pour apprendre à être efficace et y lire des façons rapides de rédiger.
- Il n'est pas nécessaire de traiter les exercices dans l'ordre. Faites une lecture rapide du sujet pour choisir les exercices que vous traiterez en premier. Puis au sein d'un exercice, lisez-en toutes les questions pour repérer les questions faciles, les questions dont les résultats vont resservir. Si une question vous résiste vous pouvez l'admettre.
- **Veillez à TOUJOURS introduire les variables utilisées.**
  - Pour le calcul d'une dérivée: "soit  $x \in \dots$ ,  $f'(x) = \dots$ "
  - Pour entamer un calcul: "soit  $p \in \mathbb{N}, \dots$ "

Ne pas introduire  $x$  avec le quantificateur  $\forall x$  quand le calcul court sur plusieurs lignes. Le quantificateur  $\forall$  a une portée courte, il sert le plus souvent pour des énoncés.

- **Soignez le rendement.** Relisez-vous pour ne pas laisser pas d'erreurs de calculs.
- **Pas d'erreur dans un calcul de dérivée !!.** Du calcul de la dérivée et de l'étude de son signe dépendent souvent les questions suivantes. Ne gâchez pas une partie de l'exercice, en vous trompant sur le calcul de la dérivée. Relisez-vous
- **Il faut soigner les justifications:**
  - en faisant appel très clairement à un résultat du cours lorsqu'il s'agit d'utiliser le cours (pas un simple "d'après le cours")
  - en faisant appel très clairement à la question du devoir lorsque qu'il s'agit d'utiliser un résultat antérieur (pas un simple "comme vu ci-dessus"). On attend "d'après la question 4)-a- on a vu que..."
- **Des confusions fonction/expression à bannir. On n'écrit pas:** " $f(x)$  est continue" mais on écrit " $f$  est continue"  
**On n'écrit pas:** " $4x^2 + 1$  est continue" mais on écrit " $x \mapsto 4x^2 + 1$  est continue"

## Sur les exercices

**Exercice 1** Les étapes de l'échelonnement sont plutôt immédiates, mais attention aux erreurs de calculs ! De trop nombreuses erreurs de signes ( $-(-1)$  vaut 1). Au stade de l'échelonnement il est interdit de commettre des erreurs de calculs, sans quoi un calcul qui devait tomber juste devient un bourbier chronophage. Soyez très concentrés sur ces temps de calculs et relisez-vous. Puis vient la discussion, 3 cas à discuter (l'annulation des coefficients diagonaux).

**Exercice 2** Exercice peu réussi. Les questions 1), 2) et 3) sont classiques, proches du TD et du cours. La 4) est plus technique.

- 1) Il fallait dès le départ, penser au changement d'indice  $j = k + 1$  puis reconnaître la formule du binôme en rajoutant les premiers termes.
- 2) Il s'agissait de faire apparaître un télescopage en écrivant  $k + 1 = (k + 2) - 1$ .
- 3) Méthode classique de calcul de somme déjà vue en TD pour le calcul d'une autre somme. Bien justifier que  $f_n$  est dérivable avant de dériver ( $f_n$  est polynomiale).  
Pour le calcul de  $f_n(x) = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$  à l'aide de la somme géométrique, bien préciser que  $x \neq 1$ .  
Enfin, soyez vigilant sur le calcul de dérivée à mener sans faute !
- 4) Très peu traité. La clé était de mettre dans la propriété  $\mathcal{P}(p)$  les deux sommes, car dans l'hérédité on a besoin des deux sommes pour prouver que  $\mathcal{P}(p + 1)$  est vraie.

**Exercice 3** Exercice assez peu traité.

Il s'agissait de reconnaître  $f(\lambda)$  comme une fonction trinôme (positive d'après 1)).  
Le signe du discriminant (négatif) livre l'inégalité attendue.

**Exercice 4**

- 1) Souvent présenté sous forme (ce qui démarre bien) :  $x \in \mathcal{D}_f \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 1 \geq 0 \\ 2x + \sqrt{4x^2 + 1} > 0 \end{cases}$

Ensuite il faut présenter correctement, avec des  $\Leftrightarrow$  la résolution de l'inéquation  $2x + \sqrt{4x^2 + 1} > 0$ . En particulier, on justifie les

élevations au carré quand il y a lieu de le faire.

- 2) Calcul le plus souvent bien mené. La fonction est impaire ici, mais ne dites pas que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, c'est la courbe qui est symétrique pas la fonction.
- 3) Par opérations sur les limites, pour la limite en  $+\infty$  et déduire la limite en  $-\infty$  à l'aide de l'imparité de  $f$ .
- 4) Beaucoup d'erreurs de calculs dans cette dérivée encore...Alors qu'elle se simplifiait bien. Voyez les factorisations et ne cherchez pas à développer le dénominateur ici.
- 5)-a- Il faut justifier correctement comment  $x$  "rentre" dans la racine carrée:

$$\frac{\sqrt{4+x^2}}{x} = \frac{\sqrt{4+x^2}}{\sqrt{x^2}} = \sqrt{\frac{4+x^2}{x^2}}.$$

On a utilisé le fait que  $\sqrt{x^2} = |x| = x$  car  $x > 0$  ici.

- 6) Trop nombreux sont ceux qui ne savent pas placer la tangente au point d'abscisse 0.  $f'(0) = 2$ , la tangente est donc de coefficient directeur 2.  
Respecter le fait que les courbes sont asymptotes, elles doivent se rapprocher quand  $x \rightarrow +\infty$ .  
Enfin l'imparité permet d'obtenir la courbe sur  $\mathbb{R}^-$  par symétrie.

### Exercice 5

- 1) Avant de dériver, on justifie que  $f_1$  est dérivable. Pour la limite en  $+\infty$  faites apparaître une limite de croissances comparées log/puissance.  $\frac{\ln(1+x)}{x}$  en  $+\infty$  n'est pas une croissance comparée.
- 2) Soyez lucide, pour montrer que  $x \mapsto x$  est minorée par  $f$ , il faut utiliser l'étude de fonction de la question précédente. Ensuite, il fallait DEDUIRE la minoration de  $x \mapsto kx$  par  $f$ . Si ce n'est pas déduit de ce qui précède, ça n'est pas accepté.
- 5) On revenait à tous les cas sur  $k$  à distinguer ici.
- 6) Là aussi, distinguer les cas.

**Barème sur 45.5 Moyenne: et 15.7/44.5 et 9.8/20. Rendement moyen : 58 %**  
**Moyennes : Ex 1 2.5/4.5 - Ex 2 2.8/11 - Ex 3 1.3/10 - Ex 4 7.2/14 - Ex 5 1.8/10**

Ex 1	4.5
Echel.	1.5
Ens-sol	3

Ex 2	11
1)	2.5
2)	1.5
3)	3
4)	4
Ex 3	6
1)	1
2)	3
3)	2

Ex 4	14
1)	2.5
2)	1
3)	1
4)	2
5)-a-	1
5)-b-	0.5
5)-c-	1
6)	1.5
7)-a-	1.5
7)-b-	2

Ex 5	10
1)	2.5
2)	1
3)	1
4)	1.5
5)	2
6)	2

