

### IX. Suites

- Suites bornées, monotones, suites extraites.
- Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.
- Limites de suite: définition, unicité de la limite, convergence, divergence. Toute suite convergente est bornée. Opérations sur les limites de suites.
- Limites et inégalités: passage à la limite d'inégalités
- Théorèmes d'encadrement
- Théorème de convergence des suites extraites. Théorème de Bolzano-Weierstrass.

- Suites monotones: théorème de la limite monotone.
- Suites adjacentes.  
**Puis la fin du chapitre sur les suites.**
- Négligeabilité, domination, équivalents. Equivalents usuels. Application au calcul de limites.
- Suite définie par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ .
- Suite définie par une relation de récurrence  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ .
- Suites à valeurs dans  $\mathbb{C}$ .

### Questions de cours (preuve à connaître)

- Théorème de la limite monotone: cas  $(u_n)$  croissante majorée et non majorée.
- Théorème sur les suites adjacentes.
- Si  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  admettent pour limite  $l$  alors  $(u_n)$  aussi.
- Monotonie de la suite  $u$  définie par une itératrice  $f$  est croissante. Monotonie donnée par le signe de  $u_1 - u_0$ .
- Ex DM : théorème de Cesaro : cas  $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} 0$ . Puis  $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} l$ .

**Cahier de colles** : groupes 9,10,11,12.

*Quelques commentaires pour les colleurs -*

- *Toutes les suites pour cette colle !*
- *Veiller à ce qu'ils ne confondent pas  $(u_n)$  et  $u_n$ . J'ai utilisée la notation  $u$ ,  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ou  $(u_n)$  pour désigner une suite.*
- *Pour les suites arithmétiques et géométriques, ils connaissent l'expression du terme général. Pour les suites arithmético-géométriques, ils doivent savoir le retrouver (ils n'apprennent donc pas par coeur l'expression du terme général)*
- *Quand ils utilisent un théorème, ils doivent en vérifier les hypothèses et ne pas mélanger avec la conclusion; j'ai vu des choses bizarres dans l'utilisation des suites adjacentes (limite de  $u$  et  $v$  dans les hypothèses), certains confondent "passage à la limite d'inégalités" (l'existence de limites est dans les hypothèses) et "théorème d'encadrement" (l'existence de limite, de la suite du "milieu", est dans la conclusion).*
- *Une nouveauté pour eux, l'usage des comparaisons : équivalents, négligeabilité. Merci d'interroger là dessus en donnant un calcul d'équivalents ou de limites qui en fait usage (cf ex de TD pour voir le genre de calculs qu'on a faits).*
- *ils ont une méthode pratique (écrite dans le cours) pour l'étude de suite  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Ils savent que si  $f$  est croissante alors  $u$  est monotone. Nous avons traité plusieurs exemples qui doivent suffire pour qu'ils s'en sortent, enfin j'espère.*  
*L'étude de  $f(x) - x$  donne les points fixes et son signe permet l'étude de celui de  $u_{n+1} - u_n$ . Importance de mettre en évidence des **intervalles stables** de  $f$ . Ils doivent savoir en prendre l'initiative.*