DS n° 3 de Physique-Chimie

Durée : 3h

Calculatrice autorisée. Aide de M. Bruyère interdite.

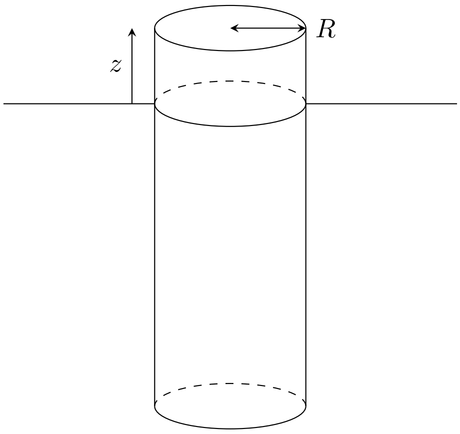
1 Oscillations verticales d'un iceberg

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la température de fusion sous 1 bar des espèces chimiques constituées d'un atome de la colonne 16 du tableau périodique et d'atomes d'hydrogènes.

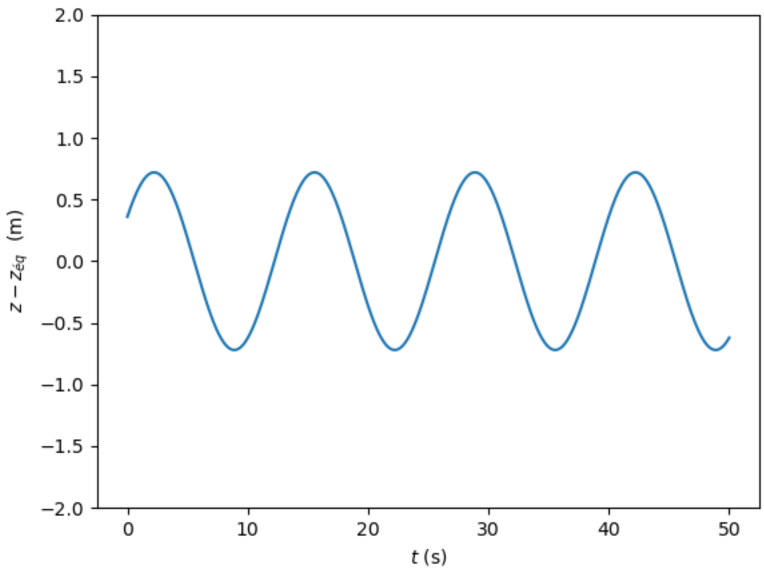
Composé	H_2O	H_2S	H_2Se	H_2Te
θ_{fus} (°C)	0	-85	-66	-49

1. Interpréter l'évolution de la température de fusion au sein de cette famille de composés.

On modélise un iceberg par un cylindre de rayon R et de hauteur h. L'iceberg a une densité $d = \frac{\rho_s}{\rho_\ell} = 0,9$, où ρ_ℓ et ρ_s sont respectivement les masse volumiques de l'eau liquide et de l'eau solide. On note z la hauteur emmergée de l'iceberg.

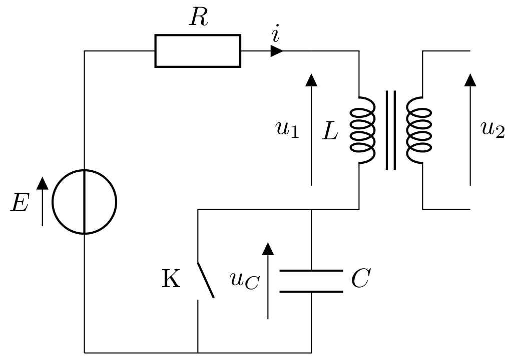


2. Exprimer le volume immergé de l'iceberg en fonction de R, h et z.
3. Établir l'expression de la hauteur emmergée de l'iceberg à l'équilibre $z_{\text{éq}}$, en fonction de h et d.
4. Quel serait le volume occupé par l'iceberg une fois fondu ? Montrer que la fonte des glaces océaniques n'est pas la cause de la montée du niveau des océans.
5. Établir l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.
6. Le mouvement vertical d'un iceberg après le passage d'une vague est représenté ci-dessous. En déduire la hauteur de l'iceberg.



2 Système d'allumage d'un moteur essence

Dans un moteur à essence, le mélange air-essence admis doit être enflammé par une étincelle, à chaque cycle. L'étincelle est produite par une bougie d'allumage. Pour produire une étincelle, la tension aux bornes de la bougie doit atteindre environ 25 kV. Le système d'allumage permettant d'obtenir une telle tension est représenté ci-dessous.



La batterie, modélisée par une source idéale de tension $E = 12$ V, alimente l'enroulement primaire d'un transformateur, modélisé par une inductance $L = 5$ mH et une résistance $R = 5\ \Omega$. Le circuit comprend un interrupteur K, appelé rupteur, dont l'ouverture et la fermeture sont synchronisées avec la rotation du moteur. Un condensateur de capacité $C = 0,2\ \mu$F en parallèle du rupteur permet de protéger ce dernier.

Le transformateur permet d'amplifier la tension u_1 : la tension aux bornes de l'enroulement secondaire du transformateur vaut $u_2 = mu_1$, où m est le rapport de transformation. La bougie d'allumage est branchée aux bornes de l'enroulement secondaire du transformateur.

2.1 Phase n° 1 : rupteur fermé

Le rupteur K est initialement ouvert et on suppose que le circuit a atteint un régime permanent. A l'instant $t = 0$, on ferme le rupteur K.

7. Établir la loi $i(t)$. On posera τ le temps caractéristique du système que l'on exprimera en fonction de L et R.
8. Tracer l'allure du graphe $i(t)$.
9. On suppose que la régime permanent est atteint lorsque i a atteint 95% de sa valeur finale. En déduire la durée T_1 du régime transitoire de la phase n° 1, en fonction de L et R.

2.2 Phase n° 2 : rupteur ouvert

Le rupteur K est initialement fermé et on suppose que le circuit a atteint un régime permanent. A l'instant $t = 0$, on ouvre le rupteur K.

10. Déterminer $u_C(0^-)$ et $i(0^-)$.
11. Qu'observerait-on au niveau du rupteur lors de son ouverture, en l'absence de condensateur ? En quoi le condensateur permet-il de protéger le rupteur ?
12. Déterminer $i(+\infty)$ et $u_C(+\infty)$.
13. Exprimer le travail recu par le condensateur entre $t = 0$ et $t \to +\infty$, en fonction de C et E.
14. Exprimer le travail recu par la bobine entre $t = 0$ et $t \to +\infty$, en fonction de L, R et E.
15. Calculer le travail fourni par la batterie entre $t = 0$ et $t \to +\infty$, en fonction C et E.
16. Faire un bilan d'énergie entre $t = 0$ et $t \to +\infty$. En déduire le travail dissipé par effet Joule, entre $t = 0$ et $t \to +\infty$.
17. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_1 (pour $t > 0$).
18. En déduire les expressions de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q, du circuit. Calculer la valeur de Q.
19. Établir que $\frac{du_1}{dt}(0^+) = -\frac{E}{RC}$.
20. Établir que $u_1(t) = -\dfrac{EQ}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}} e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \sin\left(\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\,\omega_0 t\right)$
21. Représenter l'allure du graphe $u_1(t)$.

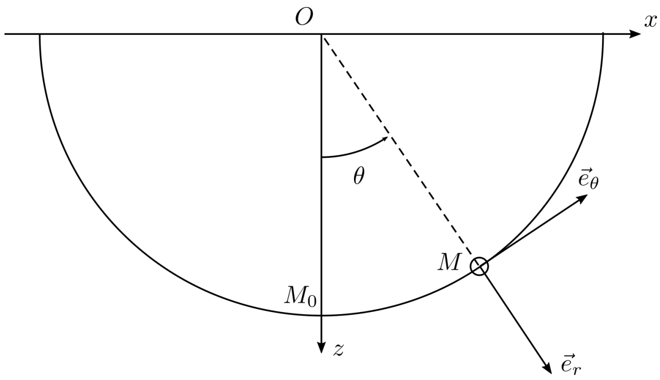
22. Exprimer la valeur maximale de $|u_1(t)|$ en fonction de E et Q, dans l'approximation $Q \gg 1$.
23. Justifier le choix d'un facteur de qualité grand.
24. Calculer le rapport de transformation $m = \frac{u_2}{u_1}$ pour atteindre la tension nécessaire à l'allumage de la bougie.
25. Estimer la durée T_2 du régime transitoire de la phase n° 2, en fonction de ω_0 et Q, puis en fonction de R et L.

La bougie doit s'allumer à chaque cycle. Durant un cycle, le moteur effectue 2 tours (moteur quatre temps).

26. En déduire la vitesse de rotation maximale du rotor en tr/min, pour laquelle le système d'allumage fonctionne correctement, c'est-à-dire pour lequelle les régimes permanents des phases 1 et 2 soient atteints. Comparer avec l'ordre de grandeur de la vitesse de rotation du moteur d'une voiture.

3 Mouvement d'un anneau sur un demi-cercle

Dans ce problème, on s'intéresse au mouvement guidé d'un anneau, assimilé à un point matériel M de masse m, sur un rail circulaire. Ce rail a la forme d'un demi-cercle de centre O et de rayon b, placé dans un plan vertical. On suppose que l'anneau coulisse sans frottements sur le rail.



3.1 Mouvement sans frottements

Le rail est fixe par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen. À l'instant $t = 0$, l'objet est lancé du point M_0, position la plus basse sur le rail, avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$. On repère la position du point M à l'instant t par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM})$.

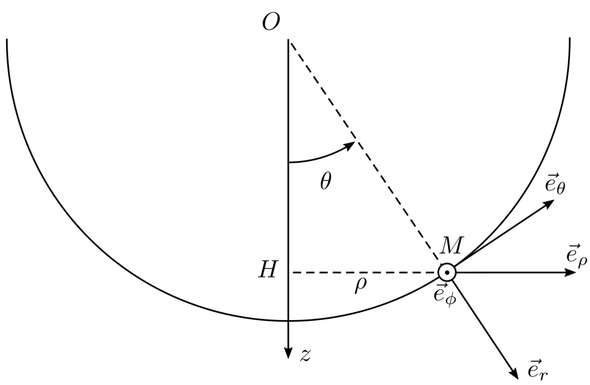
27. Faire l'inventaire des forces appliquées à M, et les représenter sur un schéma clair lorsque le point est dans une position $M(t)$ quelconque. Exprimer ces forces dans la base polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$.
28. Établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $\theta(t)$.

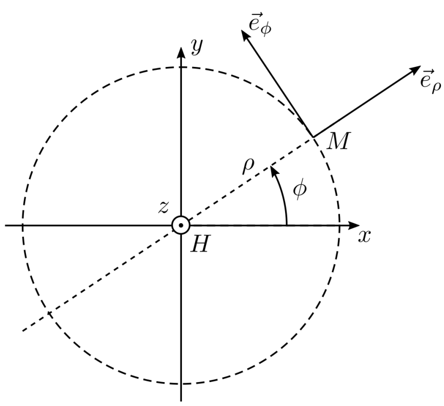
On suppose que v_0, la norme du vecteur vitesse initial, est assez faible pour qu'à tout instant, la condition $|\theta(t)| \ll 1$ rad soit satisfaite.

29. Déterminer complètement la loi horaire $\theta(t)$ dans cette hypothèse.

3.2 Mise en rotation du dispositif

Le rail est maintenant mis en rotation uniforme autour de l'axe Oz. On note $\omega = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ la vitesse de rotation. On considère le régime permanent, pour lequel l'angle θ est constant. Le mouvement est alors circulaire uniforme de centre H et de rayon ρ.





30. Exprimer le vecteur accélération en régime permanent en fonction de b, θ et ω dans la base cylindrique $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$.
31. En déduire l'expression de θ en fonction de g, b et ω. On distinguera deux cas selon la valeur de ω et on admettra que pour $\omega > \sqrt{\frac{g}{b}}$, la position $\theta = 0$ est instable.
32. Tracer l'allure du graphe $\theta(\omega)$.

Correction du DS n° 3

1 Oscillations verticales d'un iceberg

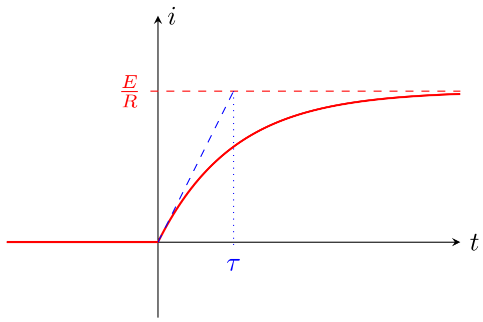
1. Quand on descend dans la colonne 16, les atomes sont de plus en plus volumineux, donc les molécules correspondantes sont de plus en plus polarisables, donc les interactions de Van der Waals entre molécules sont de plus en plus fortes, donc la température de fusion augmente.
Cependant, l'oxygène étant beaucoup plus électronégatif que les autre éléments de la colonne et que l'hydrogène, H_2O est une molécule beaucoup plus polaire (géométrie coudée), ce qui augmente les interactions de Van der Waals. De plus, l'eau peut former des liaisons hydrogène, d'où sa température de fusion particulièrement élevée.
2. $V_{\text{im}} = \pi R^2(h-z)$
3. L'iceberg est soumis à
   — son poids $\vec{P} = -mg\vec{u}_z = -\rho_s \pi R^2 hg\vec{u}_z$
   — la poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = \rho_\ell V_{\text{im}} g\vec{u}_z = \rho_\ell \pi R^2(h-z)g\vec{u}_z$

   A l'équilibre, $\vec{P} + \vec{\Pi} = \vec{0}$, d'où $-\rho_s\pi R^2 hg + \rho_\ell \pi R^2(h - z_{\text{éq}})g$, soit $z_{\text{éq}} = h(1 - \frac{\rho_s}{\rho_\ell}) = h(1-d)$
4. Lors de la fonte, la masse se conserve, donc $m = \rho_s \pi R^2 h = \rho_\ell V_{\text{fondu}}$, d'où $V_{\text{fondu}} = d\pi R^2 h$.
Or, à l'équilibre, $V_{\text{im}} = \pi R^2(h - z_{\text{éq}}) = d\pi R^2 h = V_{\text{fondu}}$, donc l'iceberg une fois fondu occupe exactement le volume qui était immergé. Ainsi, la fonte des glaces océaniques ne fait pas monter le niveau des océans.
5. Le principe fondamental de la dynamique s'écrit $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{\Pi}$, soit selon $\vec{u}_z$, $m\ddot{z} = -mg + \rho_\ell \pi R^2(h-z)g$, d'où $\boxed{\ddot{z} + \frac{g}{d}\frac{z}{h} = g(\frac{1}{d} - 1)}$
6. On reconnait l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{dh}}$, donc de période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{dh}{g}}$, d'où $h = (\frac{T_0}{2\pi})^2\frac{g}{d}$. Sur le graphe, on relève $3T_0 = 40$ s, donc $\boxed{h = 50 \text{ m}}$

2 Système d'allumage d'un moteur essence

2.1 Phase n° 1 : rupteur fermé

7. A $t = 0^-$ le circuit a atteint un régime stationnaire et K est ouvert, donc $i(0^-) = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0^-) = 0$.
A $t > 0$, K est fermé donc $u_C = 0$. D'après la loi des mailles, $E = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, soit $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$.
Les solutions de l'équation homogène sont : $i_h(t) = Ae^{-t/\tau}$ avec $\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$ le temps caractéristique du circuit.
Une solution particulière constante est $i_p = \frac{E}{R}$. Donc $i(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{E}{R}$.
L'intensité dans la bobine est continue, donc $i(0^+) = A + \frac{E}{R} = i(0^-) = 0$. Ainsi, $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})}$
8.



9. $i(T_1) = 0,95\frac{E}{R}$ donc $1 - e^{-T_1/\tau} = 0,95$, soit $T_1 = \tau\ln(20)$, d'où $\boxed{T_1 \approx 3\frac{L}{R}}$

2.2 Phase n° 2 : rupteur ouvert

10. A $t = 0^-$, K est fermé donc $u_C(0^-) = 0$.
Le circuit a atteint un régime stationnaire, donc $u_1(0^-) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^-) = 0$.
D'après la loi des mailles, $E = Ri + u_1 + u_C$, donc $\boxed{i(0^-) = \frac{E}{R}}$. On peut aussi calculer la limite quand $t \to +\infty$ de $i(t)$ dans la phase n° 1.

11. La bobine impose la continuité de i. Si on ouvrait le rupteur sans condensateur, le courant passerait à travers l'air et on observerait une étincelle au niveau du rupteur. Comme i passerait quasi-instantanément de $\frac{E}{R}$ à 0, on aurait $u_1(0^+) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+) \to -\infty$, donc $u_C(0^+) \to +\infty$ aux bornes du rupteur. Le condensateur impose la continuité de u_C aux bornes du rupteur, ce qui permet d'éviter l'étincelle.

12. Quand $t \to +\infty$, le circuit atteint un régime stationnaire, donc $u_1(+\infty) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(+\infty) = 0$ et $\boxed{i(+\infty) = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(+\infty) = 0}$.

    D'après la loi des mailles, $E = Ri + u_1 + u_C$, donc $\boxed{u_C(+\infty) = E}$.

13. L'énergie électrique stockée dans le condensateur est $E_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$, donc $\boxed{W_C = E_e(+\infty) - E_e(0) = \frac{1}{2}CE^2}$

14. L'énergie magnétique stockée dans la bobine est $E_m = \frac{1}{2}Li^2$, donc $\boxed{W_L = E_m(+\infty) - E_m(0) = -\frac{1}{2}L(\frac{E}{R})^2}$

15. Le travail fourni par la batterie est $W_b = \displaystyle\int_0^{+\infty} Ei\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} EC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = [CEu_C(t)]_0^{+\infty}$, soit $\boxed{W_b = CE^2}$.

16. On multiplie la loi des mailles par $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$: $Ei = Ri^2 + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}i + u_C C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$

    donc $\displaystyle\int_0^{+\infty} Ei\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} Ri^2\mathrm{d}t + \int_0^{+\infty} L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}i\mathrm{d}t + \int_0^{+\infty} u_C C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t$, c'est-à-dire $W_b = W_J + W_L + W_C$.

    Ainsi, $\boxed{W_J = W_b - W_L - W_C = \frac{E^2}{2}(C + \frac{L}{R^2})}$

17. $\begin{cases} E = Ri + u_1 + u_C \\ i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \text{ (K ouvert)} \\ u_1 = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \end{cases}$ donc $E = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_1 + u_C$.

    On dérive 2 fois : $RC\frac{\mathrm{d}^3u_C}{\mathrm{d}t^3} + \frac{\mathrm{d}^2u_1}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} = 0$, d'où $\boxed{\frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}^2u_1}{\mathrm{d}t^2} + \frac{u_1}{LC} = 0}$

18. $\frac{\mathrm{d}^2u_1}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{u_1}{LC} = 0$. On identifie $\begin{cases} \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \\ \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L} \end{cases}$ soit $\boxed{\begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = 32 \end{cases}}$

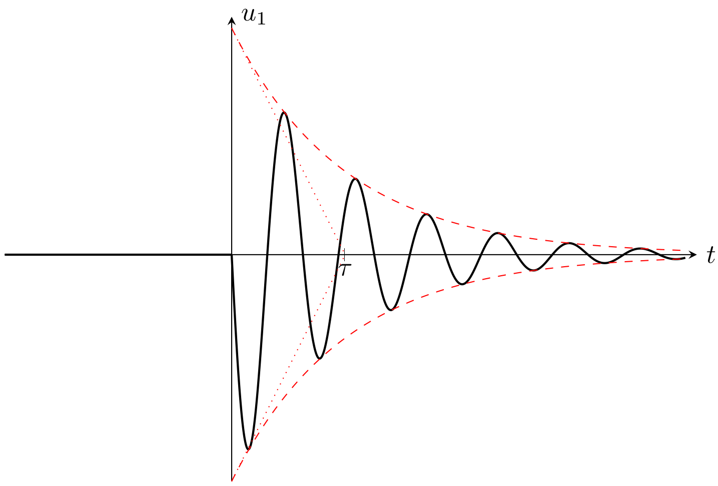
19. $u_C(0^-) = u_C(0^+) = 0$ et $i(0^-) = i(0^+) = \frac{E}{R}$.
    $E = Ri + u_1 + u_C$ donc $u_1(0^+) = 0$.
    On dérive la loi des mailles : $0 = R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ d'où $\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{R}{L}u_1 - \frac{i}{C}$, donc $\boxed{\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}(0^+) = -\frac{E}{RC}}$

20. $\frac{\mathrm{d}^2u_1}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2u_1 = 0$.
    Équation caractéristique : $r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$, Discriminant : $\Delta = (\frac{\omega_0}{Q})^2 - 4\omega_0^2 < 0$ car $Q > \frac{1}{2}$
    Les racines sont $r = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm i\frac{\sqrt{-\Delta}}{2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm i\omega_1$ avec $\omega_1 = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$
    Les solutions de l'équation différentielle sont : $u_1(t) = e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}[A\cos(\omega_1 t) + B\sin(\omega_1 t)]$,
    d'où $\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{\omega_0}{2Q}e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}[A\cos(\omega_1 t) + B\sin(\omega_1 t)] + \omega_1 e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}[-A\sin(\omega_1 t) + B\cos(\omega_1 t)]$

    Conditions initiales : $\begin{cases} u_1(0^+) = A = 0 \\ \frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}(0^+) = -\frac{\omega_0}{2Q}A + \omega_1 B = -\frac{E}{RC} \end{cases}$ d'où $B = -\frac{E}{RC\omega_1} = -\frac{EQ}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}$

    Ainsi, $\boxed{u_1(t) = -\dfrac{EQ}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}\sin\left(\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}\omega_0 t\right)}$

21. $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$ et la pseudo-période vaut $\frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}$

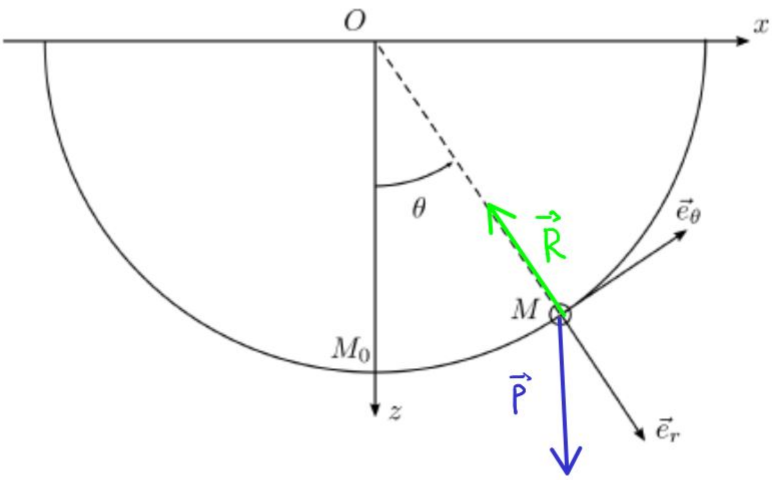


22. Le maximum de $|u_1|$ correspond au premier minimum de u_1, donc lorsque $\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\omega_0 t_m = \frac{\pi}{2}$, d'où $t_m = \frac{\pi}{2\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\omega_0} \underset{Q\gg 1}{\approx} \frac{\pi}{2\omega_0}$.
$$\boxed{|u_1|_{\max} = \frac{EQ}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}e^{-\frac{\omega_0 t_m}{2Q}} \underset{Q\gg 1}{\approx} EQ}$$
23. Pour allumer la bougie, il faut une tension $|u_2|$, donc $|u_1|$, grande, d'où le choix d'un facteur de qualité grand.
24. $m = \dfrac{25\text{ kV}}{EQ} = 65$
25. La durée du régime transitoire est controlée par l'enveloppe exponentielle $e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}$, donc $\boxed{T_2 = 3\tau = \frac{6Q}{\omega_0} = 6\frac{L}{R}}$
26. La durée minimale d'un cycle est $T = T_1 + T_2 = 9\frac{L}{R} = 9$ ms. La vitesse de rotation maximale est donc $\boxed{\Omega = \frac{2\text{ tr}}{T} = 222\text{ tr/s} = 13320\text{ tr/min}}$.
C'est largement suffisant pour un moteur de voiture, dont la vitesse de rotation varie entre 2000 et 6000 tr/min environ.

3 Mouvement d'un anneau sur un demi-cercle

3.1 Mouvement sans frottements

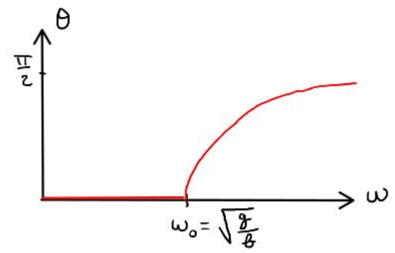
27. M est soumis à :
— sont poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg(\cos\theta\vec{e}_r - \sin\theta\vec{e}_\theta)$
— la réaction du rail, perpendiculaire au rail en l'absence de frottements : $\vec{R} = -R\vec{e}_r$



28. $\overrightarrow{OM} = b\vec{e}_r$, $\vec{v} = b\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et $\vec{a} = b\ddot{\theta}\vec{e}_\theta - b\dot{\theta}^2\vec{e}_r$
On applique le principe fondamental de la dynamique
$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$
On projette sur $\vec{e}_\theta$
$$mb\ddot{\theta} = -mg\sin\theta$$
$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{b}\sin\theta = 0}$$
29. $\sin\theta \underset{\theta\ll 1}{\sim} \theta$
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{b}\theta = 0$$
C'est l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{b}}$. Les solutions sont de la forme
$$\theta(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$
A $t = 0$, on a
$$\begin{cases} \theta(0) = 0 = A \\ b\dot{\theta}(0) = v_0 = b\omega_0 B \end{cases}$$
Ainsi
$$\boxed{\theta(t) = \frac{v_0}{b\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$$

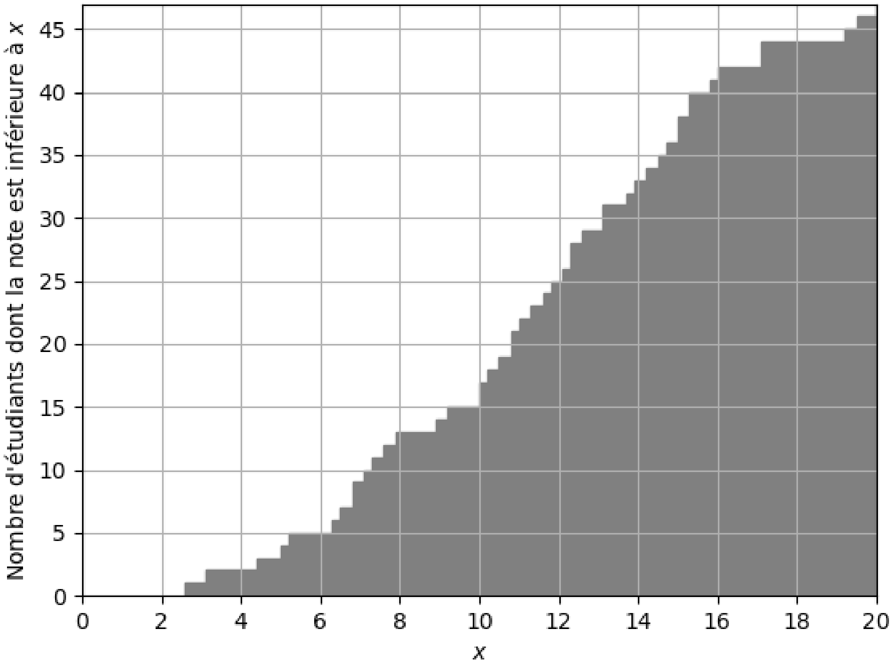
3.2 Mise en rotation du dispositif

30. $\overrightarrow{HM} = \rho\vec{e}_\rho$
$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{HM}}{\mathrm{d}t} = \rho\dot{\phi}\vec{e}_\phi$
$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -\rho\dot{\phi}^2\vec{e}_\rho$
Or $\rho = b\sin\theta$ et $\dot{\phi} = \omega$, d'où $\boxed{\vec{a} = -b\sin(\theta)\omega^2\vec{e}_\rho}$
31. On projette les forces dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$
$\vec{P} = mg\vec{e}_z$
$\vec{R} = -R\vec{e}_r = -R(\cos\theta\vec{e}_z - \sin\theta\vec{e}_\phi)$
On applique le principe fondamental de la dynamique
$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$
On projette selon $\vec{e}_\rho$ et $\vec{e}_z$
$$\begin{cases} -mb\sin(\theta)\omega^2 & = -R\sin\theta \\ 0 & = mg - R\cos\theta \end{cases}$$
c'est-à-dire
$$\begin{cases} \sin\theta = 0 \text{ ou } R = mb\omega^2 \\ \cos\theta = \frac{mg}{R} \end{cases}$$
On en déduit
$$\sin\theta = 0 \text{ ou } \cos\theta = \frac{g}{b\omega^2}$$
Si $\frac{g}{b\omega^2} \geq 1$, c'est-à-dire $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{b}}$, alors $\boxed{\theta = 0}$. (La position $\theta = \pi$ est instable)
Si $\omega > \sqrt{\frac{g}{b}}$, alors $\boxed{\theta = \pm\arccos\left(\frac{g}{b\omega^2}\right)}$.
32.



Commentaires du DS n° 3 de Physique-Chimie

Moyenne : 11,4/20
Max : 20/20



Justifier toujours vos réponses, à moins que la question ne soit « Donner ... ». En général, dans les barèmes de concours, il n'y a pas de points pour les réponses non justifiées, ni pour les formules non homogènes, d'ailleurs !

1. Attention au vocabulaire, H_2O est polaire et non polarisée ; c'est la liaison O-H qui est polarisée.

   Dans ce genre de question, il y a souvent des mots-clés attendus. Ici il n'était pas possible d'avoir la totalité des points sans les mots : liaisons hydrogène, polarisable et interactions de Van der Waals.

2. Il faut connaître les formules suivantes :
   — Périmètre d'un cercle : $2\pi R$
   — Aire d'un disque : πR^2
   — Aire d'un triangle : $\frac{1}{2}$ base $\times$ hauteur
   — Aire d'une sphère : $4\pi R^2$
   — Volume d'une boule : $\frac{4}{3}\pi R^3$
   — Volume d'un prisme droit (cylindre ou parallélépipède, par exemple) : aire de la base $\times$ hauteur

3. Sur le schéma, il faut représenter les forces au bon endroit :
   — le poids s'applique au centre de masse
   — la poussée d'Archimède s'applique au centre du volume immergé

   Respectez les notations de l'énoncé : ρ_ℓ, ρ_s.

4. Montrer que le volume de l'iceberg une fois fondu est inférieur à son volume initial n'est pas suffisant pour justifier que la fonte ne fait pas monter le niveau des océans. Il faut montrer que le volume de l'iceberg une fois fondu est égal au volume immergé de l'iceberg.

13.14.15 Le bilan d'énergie n'est pas utile pour déterminer le travail recu par le condensateur ou la bobine.

Comme je l'ai écrit dans le commentaire du DS précédent, l'élément différentiel a une réelle signification en physique et est indispensable à l'homogénéité : $[ui]$ = puissance, $[ui\mathrm{d}t]$ = énergie. Mais est-il bien utile d'écrire qu'il faut lire les commentaires du DS dans les commentaires du DS, puisque les personnes concernées ne le liront pas ?

21. $\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}(0^+) = -\frac{E}{RC}$ donc la courbe admet une tangente à l'origine, oblique, vers le bas.
29. M_0 est un point : c'est la position initiale du point M.
M_0 n'est pas un angle, l'angle correspondant est $\theta = 0$.
$\dot{\theta}$ n'est pas homogène à v_0 : $[\dot{\theta}] = \mathrm{T}^{-1}$ tandis que $[v_0] = \mathrm{L.T}^{-1}$.
A $t = 0$, $\vec{v}(0) = b\dot{\theta}(0)\vec{e}_\theta(0) = v_0\vec{e}_x$, or $\vec{e}_\theta(0) = \vec{e}_x$, donc $\dot{\theta}(0) = \frac{v_0}{b}$
30. Pour un mouvement circulaire uniforme, la vitesse de rotation est constante, donc $\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 0$.