

Nom:

Prénom:

1) Soit  $f : E \rightarrow F$  une application. Donner la définition, **sous forme d'ensemble**, de:

-a- image directe de  $A \subset E$ :  $f(A) =$

-b- image réciproque de  $B \subset F$ :  $f^{-1}(B) =$

2) Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = x^2$ . Donner sans justification

$$f([1, 4]) = \qquad f(\mathbb{R}) = \qquad f^{-1}([2, 9]) = \qquad f^{-1}(\{7\}) =$$

$$f^{-1}([-4, -1]) = \qquad f(f^{-1}([-5, 3])) = \qquad f^{-1}(f(\mathbb{N})) =$$

3) Soit  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $g(x) = \cos x$ . Donner sans justification

$$g(\mathbb{R}) = \qquad g([0, \frac{\pi}{3}]) = \qquad g^{-1}(0) =$$

$$g^{-1}([0, 1]) = \qquad g^{-1}(g([\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}])) =$$

4) Soit  $f : E \rightarrow F$  une application. Donner la définition **à l'aide de quantificateurs** de:

-a-  $f$  surjective:

-b-  $f$  injective:

-c-  $f$  bijective:

5) Pour chacune de ces applications, déterminer si elles sont injectives, bijectives, surjectives. **Barrer quand c'est faux et justifier:**

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \cos x \end{array} :$$

• injective:

• surjective:

• bijective:

$$\begin{array}{ccc} [0, 2\pi] & \rightarrow & [-1, 1] \\ x & \mapsto & \cos x \end{array} :$$

- injective:

- surjective:

- bijective:

6) Soit  $\mathcal{R}$  une relation sur un ensemble  $E$ . Définition de  $\mathcal{R}$  relation d'équivalence sur  $E$ .

7) Montrer que la relation de divisibilité  $|$  sur  $\mathbb{N}$  est une relation d'ordre.