

Nom:

Prénom:

1) Soit $f : E \rightarrow F$ une application. Donner la définition, **sous forme d'ensemble**, de:

-a- image directe de $A \subset E$: $f(A) =$

-b- image réciproque de $B \subset F$: $f^{-1}(B) =$

2) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2$. Donner sans justification

$$f([1, 4]) = \qquad f(\mathbb{R}) = \qquad f^{-1}([2, 9]) = \qquad f^{-1}(\{7\}) =$$

$$f^{-1}([-4, -1]) = \qquad f(f^{-1}([-5, 3])) = \qquad f^{-1}(f(\mathbb{N})) =$$

3) Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = \cos x$. Donner sans justification

$$g(\mathbb{R}) = \qquad g([0, \frac{\pi}{3}]) = \qquad g^{-1}(0) =$$

$$g^{-1}([0, 1]) = \qquad g^{-1}(g([\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}])) =$$

4) Soit $f : E \rightarrow F$ une application. Donner la définition **à l'aide de quantificateurs** de:

-a- f surjective:

-b- f injective:

-c- f bijective:

5) Pour chacune de ces applications, déterminer si elles sont injectives, bijectives, surjectives. **Barrer quand c'est faux et justifier:**

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \cos x \end{array} :$$

• injective:

• surjective:

• bijective:

$$\begin{array}{ccc} [0, 2\pi] & \rightarrow & [-1, 1] \\ x & \mapsto & \cos x \end{array} :$$

- injective:

- surjective:

- bijective:

6) Soit \mathcal{R} une relation sur un ensemble E . Définition de \mathcal{R} relation d'équivalence sur E .

7) Montrer que la relation de divisibilité $|$ sur \mathbb{N} est une relation d'ordre.