Sur les exercices

Exercice 1 Plutôt bien réussi par l'ensemble des étudiants sauf par ceux :

- qui composent ou qui somment les équivalents (oui, oui, il y en encore)
- qui n'ont pas le réflexe de mettre $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n$ sous forme exponentielle et qui composent par la puissance n alors qu'ici l'exposant dépend de n
- qui commettent des erreurs de calculs

Exercice 2

1) (E_0) se résout directement et cela suffit. Inutile d'appliquer le TBM

2) Un grand classique, des points faciles à obtenir. Bien justifier comment est obtenu $f(\mathbb{R})$ en évoquant le calcul des limites.
Pour montrer que $0 \leqslant x_n \leqslant 1$, la méthode du corrigé consistant à observer $f_n(0) \leqslant f_n(x_n) \leqslant f_n(1)$ et utiliser la stricte croissance de f_n est quand même la plus efficace et évite d'utiliser le TVI.

4) La question 3) prépare la question 4) en prenant une bonne valeur de x, ici x_{n+1}. Bien justifier que $x_{n+1} \in [0,1]$ pour avoir le droit d'utiliser 3). La méthode est classique, déjà vue, notamment en DM.

5) Question mal traitée. Attention, une erreur souvent rencontrée, le passage à la limite de $x_n + \mathrm{e}^{nx_n} - 2 = 0$ ne peut pas donner $l + \mathrm{e}^{nl} - 2 = 0$ car après passage à la limite il ne peut pas y avoir de n.

Problème 1

Au départ, l'exercice peut sembler assez nouveau car il traite d'une fonction qui agit sur les ensembles.
Il ne faut en particulier pas mal interpréter $f(X)$ qui est l'image d'un ensemble, et non pas l'image directe.
Passée cette phase de lecture du préambule de l'exercice. On constate que les questions sont très guidées et de 1) à 6), il n'y a pas de grande difficultés si tant est que l'on applique les méthodes du cours.

1)-a- et -b-) Deux questions pour voir si vous savez respecter un squelette de démonstration pour prouver une inclusion, une équivalence, une égalité d'ensembles. Il y a ceux qui savent et obtiennent alors facilement les points. Et les autres, ceux qui n'en font qu'à leur tête et veulent faire autrement. Il n 'y a aucune difficulté !

2) et 3). On utilise les règles de calculs sur $\cap$ et $\cup$. Un petit dessin au brouillon aide éventuellement à y voir plus clair.

4) On peut utiliser les opérations sur les ensembles et les propriétés de l'inclusion.
On peut aussi de façon plus classique prouver l'inclusion de la manière : "soit $x \in f(X)$, alors....".
Ce n'est pas difficile là non plus.

5) Squelette encore, puis on utilise les informations au bon moment.

6) Idem.

7) -a-, -b- et -c-. Une question un peu plus difficile ici.

8) -b- En fin d'exercice mais très abordable. Un exercice de TD ressemble à celui là.

Problème 2

Ce problème introduit la notion de séries qui sera l'objet du chapitre 26. On démontre ici bon nombre de résultats qui seront démontrés dans le chapitre.

1)-a- On pense à justifier que la raison $\frac{1}{3}$ est différente de 1 pour appliquer la formule de la somme géométrique.
On pense à justifier que $|\frac{1}{3}| < 1$ pour

2)-a- Après avoir observé que $u_n = S_n - S_{n-1}$. On conclut par **opérations sur les limites** et non par passage à la

limite car on ne sait pas que u_n admet une limite. L'objectif est de la prouver ici.
Ce résultat donne une condition nécessaire de convergence des séries. On utilise ce résultat ensuite dan 2)-b- et 3)-b-.

3)-c- Il faut distinguer les cas $\alpha = 1$ et $\alpha \neq 1$ dans le calcul de l'intégrale.

3)-d- Encadrer $\displaystyle\int_k^{k+1} \frac{\mathrm{d}t}{t^\alpha}$ a été souvent bien fait (penser à mentionne l'intégration bornes croissantes).
Encadrer S_n a posé plus de problème. C'est une technique très importante, pour cette raison elle est au programme de la colle 12.

4)-a- Atention dans S_{2n}, l'indice k n'est pas forcément pair.

4)-c-ii) Il faut justifier que la raison $-x^2$ est différente de 1.

4)-c-iv) Il faut traiter correctement le calcul de la limite de $(-1)^n J_n$.

Barème sur 67.75 Moyenne: 28.3/67.75 et 10/20. Rendement moyen : 65 %
Moyennes : Ex 1 4.5/6 - Ex 2 6/11.5 - Pb 1 5.9/23.75 - Pb 2 11.9/26.5

Ex 1	6
1)	3.5
2)	2.5

Ex 2	11.5
1)	0.5
2)	3
3)	1
4)	2.5
5)	2.5
6)-b-	2

Pb 1	23.75
1)-a-	1.5
1)-b-	1.5
2)-a-	0.5
2)-b-	0.5
2)-c-	0.25
3)	1
4)	1.5
5)	3
6)-a-	2
6)-b-	2
7)-a-	2
7)-b-	2
7)-c-	2
8)-a-	1
8)-b-	3

Pb 2	26.5
1)-a-	2
1)-b-	1
2)-a-	1.5
2)-b-	1
2)-c-	1
3)-a-	0.5
3)-b-	1
3)-c-	3
3)-d-	3
3)-e-	3
4)-a-	0.5
4)-b-	2.5
4)-c-(i)	1
4)-c-(ii)	2
4)-c-(iii)	2
4)-c-(iv)	1.5