Remarques générales

- Les équations différentielles du cours sont les ED linéaires d'ordre 1, et les ED linéaires d'ordre 2 à coefficients constants avec second membre d'un certain type.
  L'exercice 1) consiste à résoudre une ED du 3ème ordre (pas dans le cours), on ne peut donc pas utiliser des résultats de cours : équation caractéristique, superposition.

- Les propriétés des fonctions hyperboliques ont fait défaut dans l'exercice 3.

Sur les exercices

Exercice C'est une ED du 3ème ordre, on ne peut appliquer à cette équation ce que l'on connait des ED du 2nd ordre, l'objectif est de tout redémontrer.

1) Il sagissait d'injecter $y(x) = \mathrm{e}^{rx}$ dans l'équation (E_1). On ne peut pas poser d'emblée l'équation caractéristique, cela n'a pas de sens a priori car l'équation est du 3ème ordre donc pas du 2ème ordre.

2) Une question plus abstraite, pas souvent bien faite. On peut éviter de recourir exu expressions des fonctions (cf. corrigé).
   Ici pour montrer l'inclusion, on prend une fonction de l'ensemble de gauche et on montre qu'elle est dans l'ensemble de droite.

3)-a- L'équation a souvent été trouvée. La rédaction pour y parvenir est parfois lourde. Calculer z', z, trouver une ED du 1er ordre qui convient (éventuellement au brouillon) et montrer que ce candidat convient. Inutile de poser a tel qu'on cherche une équation de forme $z' + az = 0$, c'est lourd à écrire.

3)-c- λ est fixé dans cette question, c'est donc une ED à paramètre que l'on résout ici. λ n'apparaît donc pas dans les paramètres de l'ensemble solution.

3)-d- Question mal comprise, pas toujours bien traité. Il faut, avec méthode faire le bilan des questions précédentes pour montrer l'inclusion $S \subset F$. On a pris $y \in S$, ..., on a montré que $y \in F$.

4) Bien évidemment, il s'agit d'appliquer le principe de superposition en trouvant une SP que l'on ajoute à la solution générale de l'équation homogène. Mais attention, il faut démontrer que le principe de superposition est valable pour cette équation (2/3 des points de la question).

Problème 1

1) et 2) de la partie I. Ce qui a pêché ici n'est pas la méthode de résolution de l'équation différentielle mais le manque d'aisance face aux fonctions de trigo hyperbolique.
   Une primitive de est $\ln|\operatorname{ch}|$ (forme $\frac{u'}{u}$).

1) Facile, beaucoup ont oublié de changer la borne 0 en 1.

2) Perte de temps pour beaucoup qui mettent en oeuvre un chgt de variable comme en 1) alors qu'il suffit de reconnaître la dérivée : $\operatorname{th}' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2}$.

3)-a- Peu traité, ou mal traité. Peu vont au bout. Le genre de calcul qu'il faudra maitriser à l'avenir.

4)-a- Il faut effectivement calculer $I_k(-x) = \displaystyle\int_0^{-x} \frac{\mathrm{d}t}{\operatorname{ch}^k t}$ mais beaucoup comme par magie écrivent parce que ça les arrange $= -\displaystyle\int_0^{x} \frac{\mathrm{d}t}{\operatorname{ch}^k t}$. Il fallait mettre en oeuvre un changement de variable.

4)-b- Il fallait simplement remarquer que d'après le théorème fondamental de l'analyse I_k est une primitive de $t \mapsto \dfrac{1}{\operatorname{ch}^k t}$ (c'est d'ailleurs LA primitive qui s'annule en 0) donc est dérivable de dérivée $\dfrac{1}{\operatorname{ch}^k}$ qui est continue.
   Certains ne savent pas ce que signifie de classe $\mathcal{C}^1$: dérivable de dérivée continue et pas seulement dérivable.

4)-c- Fort de 4)-b-, $I_k'(x) = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^k x} > 0$.

5)-a- Découle de la monotone de I_n. (Une suite $(f(n))$ suit la monotonie de f).

5)-b- La preuve de $\dfrac{1}{\operatorname{ch} t} \leqslant 2\,\mathrm{e}^{-t}$ se fait directement en remplaçant $\operatorname{ch} t$ par la définition.

Barème sur Moyenne: et 20.7/45 et 9.9/20. Rendement moyen : 64 %
Moyennes : Ex DS2 6.7/10 - Ex 6.5/12 - Pb 7.5/23

Ex DS2	10
1)	1.5
2)	1
3)	1.5
4)-a-	1.5
4)-b-	1
4)-c-	1.5
4)-d-	2

Ex	12
1)	1.5
2)	1.5
3)-a-	1.5
3)-b-	1
3)-c-	2
3)-d-	1.5
4)	3

Pb	23
Partie I	
1)	2
2)	2.5
Partie II	
1)	1.5
2)	1
3)-a-	2.5
3)-b-	1
4)-a-	1.5
4)-b-	1.5
4)-c-	1
5)-a-	1
5)-b-	2.5
6)-a-	1
6)-b-	2
6)-c-	2