

Nom:

Prénom:

1) -a- Définition d'un morphisme de groupes. On garde les notations de 1)-a- dans les questions suivantes.

-b- Que signifient transport du neutre et transport du symétrique ?

-c- Définition du noyau et de l'image.

-d- Énoncer le théorème de caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité.

2) Donner l'exemple d'un isomorphisme de groupes de  $(\mathbb{R}_+^*, \times)$  vers  $(\mathbb{R}, +)$  sans le prouver.

3) Donner l'exemple d'un morphisme de groupes de  $(\mathbb{C}^*, \times)$  vers  $(\mathbb{C}^*, \times)$  sans le prouver.

4) Quel est l'ensemble des inversibles des anneaux

•  $(\mathbb{R}, +, \times)$

•  $(\mathbb{Z}, +, \times)$

•  $(\mathbb{R}^I, +, \times)$

5) Donner la formule du binôme dans un anneau  $A$ .

6) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Donner la formule de factorisation de  $a^n - b^n$  dans un anneau  $A$ .

7) Que signifie  $f$  de classe  $\mathcal{C}^n$ .

8) Soit  $(f, g) \in (\mathcal{C}^n(\mathbb{R}, \mathbb{R}))^2$  où  $n \in \mathbb{N}^*$ . Donner l'expression de:

$$(fg)^{(n)} =$$

9) On pose  $f(x) = \frac{1}{2x+5}$ ,  $g(x) = e^{-4x}$ ,  $h(x) = x^p$  (où  $p \in \mathbb{N}$ ),  $j(x) = \sin(x)$ . Donner sans démonstration l'expression de la dérivée  $n$ -ème de ces fonctions.