Une onde progressive est une perturbation $s(M,t)$ d'une grandeur physique, qui se propage.

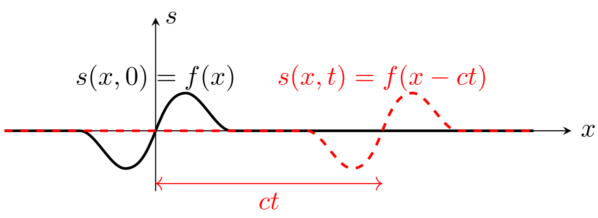
Exemples de grandeurs physiques supports d'ondes :

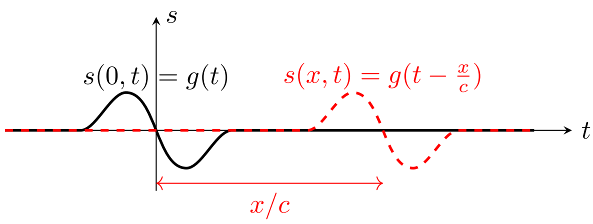
Onde électromagnétique	Onde électrique	Onde acoustique	Houle
Champ électrique $\vec{E}(M,t)$	Tension $u(x,t)$	Pression $P(M,t)$	Niveau de l'eau $z(M,t)$
Champ magnétique $\vec{B}(M,t)$	Intensité $i(x,t)$		

I Ondes progressives dans un milieu non dispersif

Dans le cas d'une propagation unidimensionnelle, une onde progressive se met sous la forme :

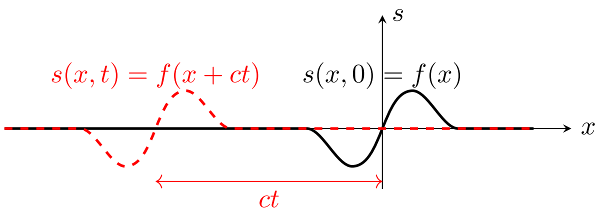
— $\boxed{s(x,t) = f(x-ct) \text{ ou } g(t-\frac{x}{c})}$, si elle se propage dans le sens des x croissants,

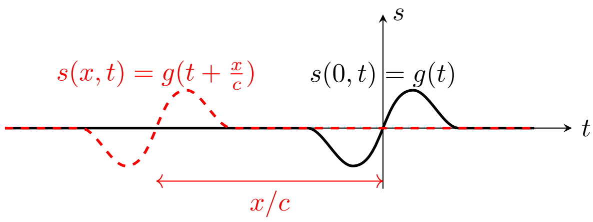




On remarque le retournement du signal entre les représentations spatiale et temporelle.

— $\boxed{s(x,t) = f(x+ct) \text{ ou } g(t+\frac{x}{c})}$, si elle se propage dans le sens des x décroissants.





La **célérité** c est la vitesse de propagation.

II Ondes progressives sinusoïdales

Une onde progressive sinusoïdale est une onde de la forme : $\boxed{s(x,t) = S\cos(\omega t \pm kx + \varphi)}$

1 Vitesse de phase

L'onde se réécrit $s(x,t) = S\cos[\omega(t \pm \frac{k}{\omega}x) + \varphi] = g(t \pm \frac{x}{v_\phi})$.

On identifie la célérité, appelée **vitesse de phase** : $\boxed{v_\phi = \dfrac{\omega}{k}}$.

$s(x,t) = S\cos(\omega t - kx + \varphi)$ se propage dans le sens des x croissants et $s(x,t) = S\cos(\omega t + kx + \varphi)$ dans le sens des x décroissants.

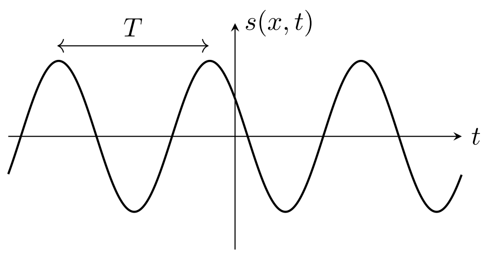
2 Double périodicité

Une onde progressive sinusoïdale présente une **périodicité temporelle** : $s(x, t+T) = s(x,t)$

— $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$ est la période

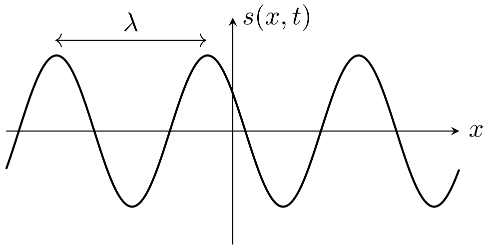
— ω est la pulsation (temporelle)

— $\boxed{f = \dfrac{1}{T}} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ est la fréquence



Une onde progressive sinusoïdale présente une **périodicité spatiale** : $s(x+\lambda,t)=s(x,t)$

— $\boxed{\lambda = \dfrac{2\pi}{k}}$ est la longueur d'onde
— k est la pulsation spatiale (ou module du vecteur d'onde)



$\boxed{v_\phi = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{\lambda}{T}}$, donc la longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde en une période.

3 Dispersion

Un milieu dispersif est un milieu dans lequel la vitesse de phase v_ϕ dépend de la pulsation ω.
Une onde progressive périodique quelconque peut se décomposer en une somme d'ondes sinusoïdales (décomposition en série de Fourier).

— Dans un milieu non-dispersif, toutes les composantes sinusoïdales se propagent à la même vitesse de phase $v_\phi = c$, la célérité de l'onde.
— Dans un milieu dispersif, les composantes sinusoïdales se propagent à des vitesses de phase différentes et l'onde se déforme.

III Interférences

1 Superposition de 2 signaux sinusoïdaux de même fréquence

On considère 2 signaux sinusoïdaux de même fréquence (ou pulsation) :

$$s_1(t) = S_1\cos(\omega t+\varphi_1) \text{ et } s_2(t) = S_2\cos(\omega t+\varphi_2)$$

La somme de ces 2 signaux est un signal sinusoïdal de même fréquence $s(t) = s_1(t)+s_2(t) = S\cos(\omega t+\varphi)$. L'amplitude du signal résultant vérifie $\boxed{S^2 = S_1^2+S_2^2+2S_1S_2\cos(\Delta\varphi)}$, où $\Delta\varphi = \varphi_1-\varphi_2$ est le déphasage entre s_1 et s_2.

Démonstration :

On utilise la représentation complexe : $\underline{s} = Se^{i(\omega t+\varphi)}$

$$\begin{aligned} S^2 = |\underline{s}|^2 = \underline{s}\overline{\underline{s}} &= (\underline{s}_1+\underline{s}_2)(\overline{\underline{s}_1}+\overline{\underline{s}_2}) \\ &= \left(S_1e^{i(\omega t+\varphi_1)}+S_2e^{i(\omega t+\varphi_2)}\right)\left(S_1e^{-i(\omega t+\varphi_1)}+S_2e^{-i(\omega t+\varphi_2)}\right) \\ &= S_1^2+S_2^2+S_1S_2\left(e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}+e^{i(\varphi_2-\varphi_1)}\right) \\ &= S_1^2+S_2^2+2S_1S_2\cos(\varphi_1-\varphi_2) \end{aligned}$$

L'amplitude S est maximale, lorsque les 2 signaux sont en phases : $\Delta\varphi = n2\pi$, $n\in\mathbb{Z}$.
On alors $S = \sqrt{S_1^2+S_2^2+2S_1S_2} = S_1+S_2$. On parle d'**interférences constructives**.

L'amplitude S est minimale, lorsque les 2 signaux sont en phases : $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$, $n\in\mathbb{Z}$.
On alors $S = \sqrt{S_1^2+S_2^2-2S_1S_2} = |S_1-S_2|$. On parle d'**interférences destructives**.

2 Intensité acoustique ou lumineuse

Dans le cas d'un signal acoustique ou lumineux, l'intensité percue est proportionnelle à la valeur moyenne du signal au carré, soit $I = \alpha\langle s^2\rangle$. Pour un signal sinusoïdal $s(t) = S\cos(\omega t+\varphi)$, on a alors $I = \alpha\frac{S^2}{2}$.

On en déduit la formule de Fresnel, donnant l'intensité résultant de la superposition de 2 signaux de même fréquence : $\boxed{I = I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos(\Delta\varphi)}$

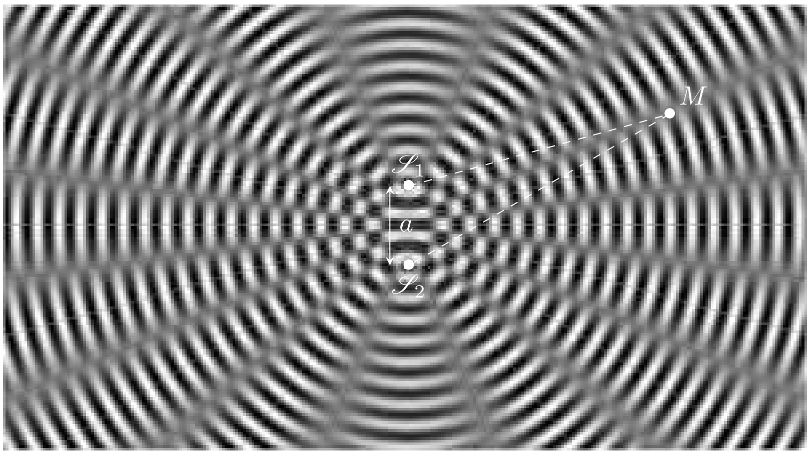
3 Interférences entre 2 ondes sinusoïdales de même fréquence

On considère 2 sources distantes de a. La source $\mathscr{S}_1$ émet une onde sphérique $s_1(M,t) = S_1\cos(\omega t - k\mathscr{S}_1M)$ et la source $\mathscr{S}_2$ une onde sphérique $s_2(M,t) = S_2\cos(\omega t - k\mathscr{S}_2M)$. Dans le cas des ondes lumineuses, on peut obtenir deux sources de même fréquence, en éclairant une plaque percée de 2 trous distants de a : c'est le dispositif des **trous d'Young**.

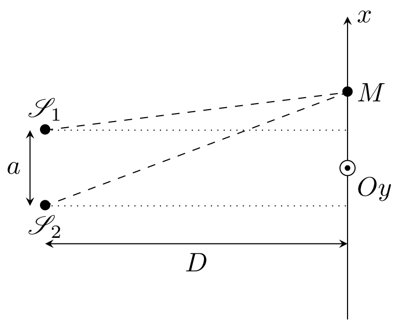
L'intensité résultante au point M est $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(\Delta\varphi)$, où $\boxed{\Delta\varphi = k(\mathscr{S}_2M - \mathscr{S}_1M) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta}$ avec $\boxed{\delta = \mathscr{S}_2M - \mathscr{S}_1M}$ la **différence de marche** au point M entre les 2 ondes.

— Pour $\delta = n\lambda$ ($n \in \mathbb{Z}$), $\Delta\varphi = n2\pi$, donc les 2 ondes interfèrent constructivement.

— Pour $\delta = (n+\frac{1}{2})\lambda$ ($n \in \mathbb{Z}$), $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$, donc les 2 ondes interfèrent destructivement.



On cherche la répartition d'intensité, dans un plan (Oxy), situé à une distance $D \gg a$ des sources, pour $x \ll D$ et $y \ll D$.

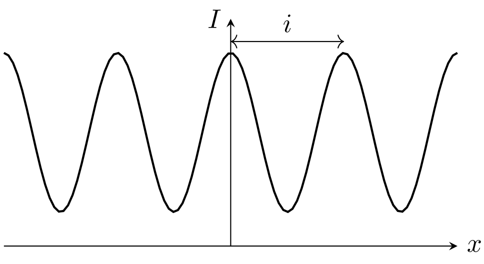


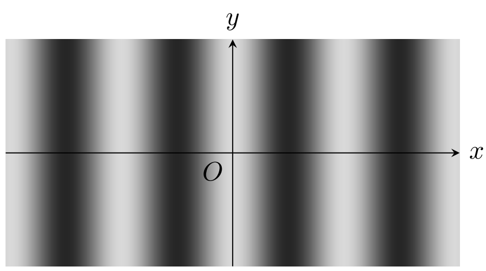
D'après le théorème de Pythagore, $\begin{cases} \mathscr{S}_1M = \sqrt{D^2 + (x-\frac{a}{2})^2 + y^2} = D\sqrt{1 + \frac{(x-\frac{a}{2})^2+y^2}{D^2}} \\ \mathscr{S}_2M = \sqrt{D^2 + (x+\frac{a}{2})^2 + y^2} = D\sqrt{1 + \frac{(x+\frac{a}{2})^2+y^2}{D^2}} \end{cases}$

or $\sqrt{1+\varepsilon} = 1 + \frac{\varepsilon}{2} + o(\varepsilon)$, donc $\delta = \mathscr{S}_2M - \mathscr{S}_1M \approx \frac{(x+\frac{a}{2})^2+y^2}{2D} - \frac{(x-\frac{a}{2})^2+y^2}{2D} = \frac{ax}{D}$.

Ainsi $I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(2\pi\frac{ax}{\lambda D})$.

I ne dépend pas de y, donc on observe des **franges d'interférences** de direction y.





Lorsque x varie d'un interfrange i, $\Delta\varphi$ varie de 2π et δ varie de λ, d'où $i = \frac{\lambda D}{a}$.

4 Chemin optique

On définit le chemin optique (AB) entre les points A et B, comme le produit de la distance parcourue par la lumière de A vers B par l'indice du milieu, soit $\boxed{(AB) = nAB}$

Dans le cas des ondes lumineuses, la vitesse de phase dans un milieu d'indice n et $v_\phi = \frac{c}{n}$.

La longueur d'onde dans le milieu est $\lambda = v_\phi T = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n}$ où $\lambda_0 = cT$ est la longueur d'onde dans le vide.

Le déphasage entre les 2 ondes se réécrit $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\mathscr{S}_2M - \mathscr{S}_1M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n\mathscr{S}_2M - n\mathscr{S}_1M)$,

soit $\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta \text{ où } \delta = (\mathscr{S}_2M) - (\mathscr{S}_1M)}$ n'est plus la différence de marche mais la **différence de chemin optique** entre les ondes.