

### XV. Polynômes

- Définition des polynômes. Opérations:  $\mathbb{K}[X]$  est un anneau commutatif. Degré d'un polynôme: opérations sur les polynômes et degrés.
- Arithmétique sur  $\mathbb{K}[X]$ . Diviseurs, multiples, polynômes associés. Division euclidienne. PGCD, PPCM. Algorithme d'Euclide. Polynômes premiers entre eux, théorème de Bezout. Théorème de Gauss.
- Fonction polynomiale  $\tilde{P}$  associée à  $P$ .
- Racines d'un polynôme, ordre de multiplicité. Polynôme scindé.
- Polynômes d'interpolation de Lagrange.
- Dérivation des polynômes et opérations sur la dérivation (formule de Leibniz).
- Formule de Taylor. Caractérisation de l'ordre de multiplicité à l'aide des dérivées successives.

### Questions de cours (preuve à connaître)

- Division euclidienne des polynômes.
- Formule de Taylor.
- Caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées.
- Soit  $f : [a, +\infty[ \rightarrow +\infty$  une fonction continue sur  $[a, +\infty[$ , dérivable sur  $]a, +\infty[$  telle que  $f(a) = \lim_{+\infty} f$ .  
Montrer qu'il existe  $c \in ]a, +\infty[$  tel que  $f'(c) = 0$ .
- Déterminer un équivalent de  $f(x) = \frac{\sin^3 x - \tan^3 x}{x^4}$  en 0.
- Déterminer un équivalent de  $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{x^2 + 1}\right)$  en 0.
- Déterminer la limite de  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+1}} - x$  en  $+\infty$ .
- Déterminer la limite de  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{3x+5}}{1 - \tan(\frac{\pi x}{4})}$  en 1.

Cahier de colles : groupes 5,6,7,8.