

XV. Polynômes

- Définition des polynômes. Opérations: $\mathbb{K}[X]$ est un anneau commutatif. Degré d'un polynôme: opérations sur les polynômes et degrés.
- Arithmétique sur $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs, multiples, polynômes associés. Division euclidienne. PGCD, PPCM. Algorithme d'Euclide. Polynômes premiers entre eux, théorème de Bezout. Théorème de Gauss.
- Fonction polynomiale \tilde{P} associée à P .
- Racines d'un polynôme, ordre de multiplicité. Polynôme scindé.
- Polynômes d'interpolation de Lagrange.
- Dérivation des polynômes et opérations sur la dérivation (formule de Leibniz).
- Formule de Taylor. Caractérisation de l'ordre de multiplicité à l'aide des dérivées successives.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Division euclidienne des polynômes.
- Formule de Taylor.
- Caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées.
- Soit $f : [a, +\infty[\rightarrow +\infty$ une fonction continue sur $[a, +\infty[$, dérivable sur $]a, +\infty[$ telle que $f(a) = \lim_{+\infty} f$.
Montrer qu'il existe $c \in]a, +\infty[$ tel que $f'(c) = 0$.
- Déterminer un équivalent de $f(x) = \frac{\sin^3 x - \tan^3 x}{x^4}$ en 0.
- Déterminer un équivalent de $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{x^2 + 1}\right)$ en 0.
- Déterminer la limite de $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+1}} - x$ en $+\infty$.
- Déterminer la limite de $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{3x+5}}{1 - \tan\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$ en 1.

Cahier de colles : groupes 5,6,7,8.