

### XV. Polynômes

- Théorème de d'Alembert-Gauss (admis). Description des polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$  et  $\mathbb{C}[X]$ . Décomposition primaire dans  $\mathbb{R}[X]$  et  $\mathbb{C}[X]$ .
- Relations coefficients-racines.

### XVI. Calcul matriciel

- Définition des matrices. Opérations sur les matrices. Produit matriciel. Produit par blocs de lignes et de colonnes. Propriété des opérations.
- Trace d'une matrice carrée
- Anneau des matrices carrées. Formule du binôme. Factorisation de  $A^n - B^n$ . Matrices triangulaires.

- Méthodes de calculs de  $A^n$  : conjecture puis récurrence, formule du binôme, usage de suite récurrente si un coeff est inconnu; usage d'un polynôme annulateur.
- Opérations élémentaires sur les matrices et lien avec la multiplication par des matrices élémentaires.
- Systèmes linéaires, écriture matricielle d'un système.
- Matrices inversibles. Propriétés calculatoires. Condition suffisante de non inversibilité : une ligne ou une colonne est combinaison linéaire des autres.
- Système de Cramer. Caractérisation de l'inversibilité à l'aide des systèmes. Méthode pratique de résolution.
- Calcul de l'inverse par la méthode du pivot de Gauss.
- Transposition. Matrices symétriques et antisymétriques.

### Questions de cours (preuve à connaître)

- Décomposition primaire de  $X^{2n} - 1$  dans  $\mathbb{C}[X]$  et  $\mathbb{R}[X]$ .
- Théorème de caractérisation de l'inversibilité des matrices.
- Trace d'un produit de matrice.
- Le produit de matrices triangulaires supérieures est une matrice triangulaire supérieure.
- Formule de transposée d'un produit.

Cahier de colles : groupes 1,2,3,4