

**Nom:****Prénom:**

1) Soient  $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$ ,  $B = (b_{ij}) \in \mathcal{M}_{qr}(\mathbb{K})$ .

-a- À quelle condition le produit  $AB$  est-il licite?

-b- Quel est alors le format de  $AB$ ?

-c- En notant  $AB = C = (c_{ij})$ , donner l'expression de  $c_{ij}$  en fonction de ceux de  $A$  et  $B$ .

2) Énoncer le théorème des relations coefficients racines.

3) -a- Soient  $\alpha, \beta, \gamma$  les trois racines d'un polynôme  $P$  de degré 3. Exprimer à l'aide des  $\sigma_i$  les expressions :

$$A = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \qquad B = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}.$$

-b- Que valent  $A$  et  $B$  lorsque  $P = 2X^3 - 4X^2 + X + 3$ .

4) Factoriser les polynômes  $P = X^4 - 1$  et  $Q = X^4 + 1$  dans  $\mathbb{R}[X]$  et  $\mathbb{C}[X]$ .