Exercice 1 Un exercice de calculs de limites/équivalents classiques. Il n'est pas bien réussi, les automatismes et réflexes calculatoires n'y sont pas.

1) Le calculs d'équivalents se prête bien aux expressions écrites sous forme de produit (équivalent d'un produit = produit des équivalents) : donc FACTORISER dès que possible.
   Reconnaître $\tan = \frac{\sin}{\cos}$ peut être utile, mais vous devez ici avoir le réflexe identité remarquable : $a^3 - b^3 = ...$
2) A l'intérieur de tan, l'expression tend vers π, la π-périodicité de tan permet de se ramener à 0.
3) Penser à $\sqrt{x^2} = x$ si $x \geqslant 0$ (le dire !).
4) Ce dernier calcul de limite, souvent amorcé, quasiment jamais achevé.

Exercice 2

1) et 3)-a-. Le principe de récurrence double est méconnu de certains, il est parfois confondu avec la récurrence forte.
   A l'initialisation on montre que $\mathcal{P}(0)$ et $\mathcal{P}(1)$ sont vraies, et dans l'hérédité on suppose que $\mathcal{P}(n)$ et $\mathcal{P}(n+1)$ sont vraies et on montre que $\mathcal{P}(n+2)$ est vraie.

Exercice 3

1) Que de temps perdu pour un très grand nombre sur cette question facile. Les lois sur $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ sont les additions et multiplications dans $\mathbb{R}$.
   Il suffisait donc de prouver que $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ est un sous-anneau de $\mathbb{R}$. Ce qui est très rapide, beaucoup plus rapide que de prouver la définition.
2) La notation $\overline{z}$ ne désigne pas le conuugué des complexes, on ne peut donc pas dire que d'après le cours on sait que $\overline{z}$ vérifie des propriétés. Tout est à prouver ici.
3) Facile, citer la propriété de morphisme de $z \mapsto \overline{z}$ prouvée précédemment.
4) Il est bon de retenir que les inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}$ sont 1 et -1.

Problème 1

1)-c- La continuité de f_ω se prouve par composition de f et $x \mapsto \omega x$.

2) Très classique, il suffit de prendre de bonnes valeurs particulières de x et y.

3)-b- Il faut utiliser le théorème de la borne supérieure en rappelant et vérifiant toutes les hypothèses : A est une partie de $\mathbb{R}$, non vide, minorée.

3)-c- Il fallait appliquer la caractérisation de la borne inférieure avec un bon ε (ici $\varepsilon = \frac{1}{n}$).
On ne pouvait pas utiliser directement la caractérisation séquentielle de la borne inférieure (en fait on refaisait ici la démonstration de ce résultat).

Barème sur 56.25 Moyenne: 22.1/56.25 et 9/20. Rendement moyen : 62 %
Moyennes : Ex1 3.4/9.5 - Ex 2 4.9/15.5 - Ex 3 4.9/8.5 (questions 5->10 hors-barème) : - Pb 1 8.5/22.75

Ex 1	9.5
1)	2
2)	2
3)	2
4)	3.5

Ex 2	15.5
1)	1.5
2)-a-	1.5
2)-b-	1
3)-a-	2
3)-b-	2
3)-c-	2
4)	2
5)-a-	2
5)-b-	1.5

Ex 3	8.5
1)	2.5
2)	2.5
3)	1
4)	2.5

Pb 1	22.75
1)-a-	0.5
1)-b-	1
1)-c-	1.5
2)-a-	0.5
2)-b-	0.75
2)-c-	0.75
2)-d-	0.75
2)-e-	1.5
3)-a-	1
3)-b-	1
3)-c-	2
3)-d-	2
4)-a-	3
4)-b-	2.5
4)-c	2
4)-d	1
5)	1