

XVII. Développements limités

- Définition. Unicité des DL, partie régulière. DL et parité.
- Caractérisation de la continuité, dérivabilité avec les DL à l'ordre 0, à l'ordre 1.
- Intégration des DL.
- Formule de Taylor-Young. DL usuels.
- Formulaire de DL: $\exp(u)$, $\ln(1 \pm u)$, $\frac{1}{1 \pm u}$, $\sin u$, $\cos u$, $\tan u$ (ordre 7), $(1+u)^\alpha$, $\sqrt{1+u}$ (ordre 3), Arctan (ordre 3), ch, sh.
- Opérations sur les DL: somme, produit, composition, quotient (avec la composition).
- Applications: calculs de limites, recherche d'équivalents, étude locale: tangente et sa position relative, extremum local (condition suffisante d'existence à l'aide des DL).
- Développement asymptotique pour étude d'asymptote.

XVIII. Convexité

Attention : le chapitre convexité n'est là cette semaine que pour les questions de cours, pas d'exercices.

- Définition fonctions convexes, fonction concave. Position de la courbe par rapport aux cordes (aux sécantes)
- Inégalité de Jensen.
- Caractérisations de la convexité :
 - pour tout $a \in I$, l'application $x \in I \setminus \{a\} \mapsto \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ est croissante
 - si f dérivable sur I , f' croissante sur I
 - si f dérivable sur I , \mathcal{C}_f est au dessus de ses tangentes
 - si f est deux fois dérivable sur I , $f'' \geq 0$.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Obtenir un DL avec la formule de Taylor Young (celui de cos, sin, ch, sh, exp, $(1+x)^\alpha$).
- Calculer le DL₅(0) de $f(x) = \int_x^{x^2} \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}$.
- Inégalité de Jensen.
- Si f est convexe sur l'intervalle OUVERT I alors f est continue sur I .
- f convexe $\Leftrightarrow f'$ croissante sur $I \Leftrightarrow \mathcal{C}_f$ est au dessus de ses tangentes.

Cahier de colles : groupes 5,6,7,8