

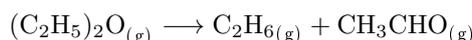
## DS n° 5 de Physique-Chimie

Durée : 4h  
Calculatrice autorisée

### 1 Cinétique de décomposition de l'éther

**Donnée :**  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

L'éthoxyéthane  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-O-CH}_2\text{-CH}_3$ , couramment appelé éther diéthylique ou simplement éther a été utilisé en médecine pour ses propriétés antiseptiques et anesthésiques, et sa capacité à dissoudre les colles (résidus de pansements adhésifs). Aujourd'hui, il est remplacé pour l'anesthésie humaine par des substances plus fiables et sert principalement de solvant organique courant. Il s'agit d'une espèce volatile passant facilement en phase gazeuse, et qui se décompose lorsque la température devient trop élevée. Le bilan de la décomposition de l'éther diéthylique s'écrit :



que l'on écrira plus simplement :  $\text{A} \rightarrow \text{B} + \text{C}$ .

On suppose que la réaction admet un ordre et on note  $k$  la constante de vitesse.

A l'instant  $t = 0$ , l'éther diéthylique A est introduit seul en quantité  $n_0$  dans un réacteur de volume  $V$  constant et maintenu à la température constante  $580^\circ\text{C}$ . On note  $[\text{A}]_0 = \frac{n_0}{V}$  la concentration initiale en éther diéthylique et  $P_0$  la pression initiale. On suit l'évolution de la pression totale  $P$  en fonction du temps  $t$ .

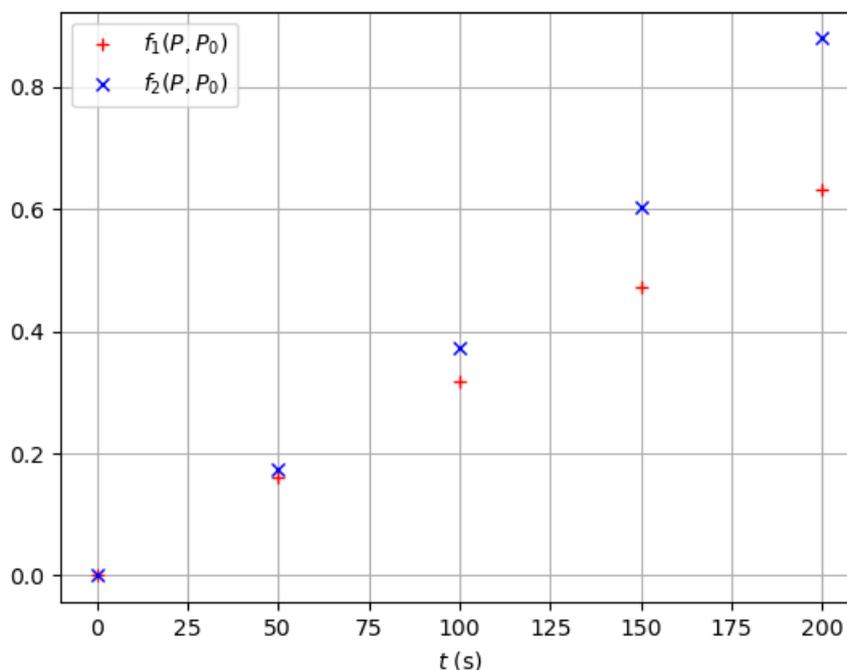
#### 1.1 Méthode différentielle

1. Exprimer la concentration en éther diéthylique  $[\text{A}]$  en fonction de  $[\text{A}]_0$ ,  $P$  et  $P_0$ .
2. Exprimer la vitesse volumique de réaction  $v$  en fonction de  $\frac{dP}{dt}$ ,  $P_0$  et  $[\text{A}]_0$ .
3. Expliquer comment déterminer l'ordre de la réaction par la méthode différentielle.

#### 1.2 Méthode intégrale

4. Dans l'hypothèse où la réaction est d'ordre 1, montrer que  $f_1(P, P_0) = kt$ , où  $f_1(P, P_0)$  est une fonction de  $P$  et  $P_0$  que l'on précisera.
5. Dans l'hypothèse où la réaction est d'ordre 2, montrer que  $f_2(P, P_0) = [\text{A}]_0 kt$ , où  $f_2(P, P_0)$  est une fonction de  $P$  et  $P_0$  que l'on précisera.

On a tracé ci-dessous les graphes de  $f_1(P, P_0)$  et  $f_2(P, P_0)$  en fonction de  $t$ .



6. Déterminer l'ordre de la réaction et la constante de vitesse  $k$ .

### 1.3 Méthode des temps de réaction

Dans une série d'expériences, effectuées avec des valeurs différentes de  $P_0$ , on mesure  $t_{27}$  le temps nécessaire à la décomposition de 27% de l'éther diéthylique initial.

$P_0$ (bar)	0,197	0,211	0,263	0,461	0,527
$t_{27}$ (s)	102	98	100	101	99

7. Ces résultats sont-ils concordants avec l'ordre déterminé précédemment ? Retrouver la valeur de la constante de vitesse  $k$ .

### 1.4 Influence de la température

Une autre étude est réalisée à la température de  $620^\circ\text{C}$ . La réaction est alors caractérisée par une constante de vitesse  $k' = 6,03 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

8. Déterminer l'énergie d'activation de la réaction.

## 2 Neutralisation d'un effluent gazeux

#### Données :

- Couple  $\text{BH}^+/\text{B}$  :  $\text{p}K_a = 9,5$
- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Le chlorure d'hydrogène  $\text{HCl}$  est un sous-produit généré dans de nombreux procédés industriels. Ce gaz toxique et hautement corrosif peut être neutralisé en sortie de réacteur par une solution de lavage basique. On considère ici une solution de lavage contenant du 2-aminoéthanol  $\text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{NH}_2$ , que l'on notera  $\text{B}$ , à la concentration  $c = 0,1 \text{ mol/L}$ .

9. Donner le nom et la composition de la solution obtenue par dissolution de chlorure d'hydrogène dans l'eau.
10. Établir le diagramme de prédominance du couple  $\text{BH}^+/\text{B}$ .
11. Calculer le pH initial de la solution de lavage.
12. Écrire l'équation de la réaction modélisant la neutralisation. Calculer sa constante d'équilibre.
13. Calculer le volume maximal de chlorure d'hydrogène gazeux (mesuré à  $25^\circ\text{C}$  sous 1 bar) qui peut être neutralisé par  $1 \text{ m}^3$  de solution de lavage.

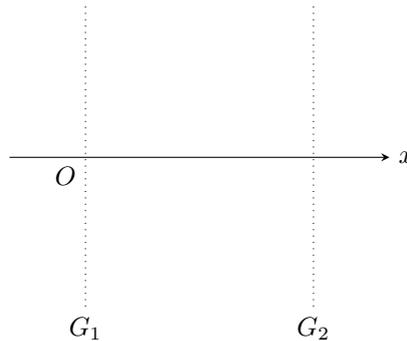
### 3 Optique électronique

Données :

- Constante de Planck :  $h = 6,63 \times 10^{-34}$  J.s
- Masse d'un électron :  $m = 9,11 \times 10^{-30}$  kg
- Charge élémentaire :  $e = 1,60 \times 10^{-19}$  C

#### 3.1 Création d'un champ électrique uniforme

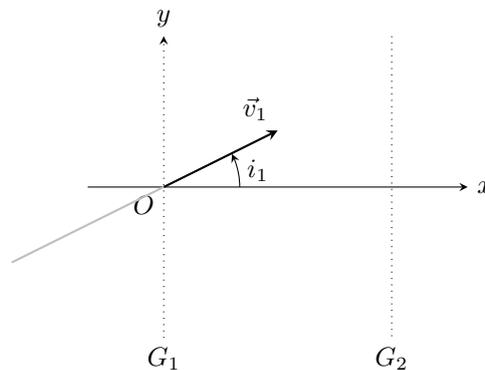
On considère 2 grilles  $G_1$  et  $G_2$  situées en  $x = 0$  et  $x = d$  et soumises à une tension  $U$ . Les 2 grilles créent ainsi entre elles, un champ électrique uniforme  $\vec{E} = E\vec{u}_x$ , où  $E > 0$ . Le champ électrique est nul dans le reste de l'espace.



14. Établir l'expression du potentiel  $V$  en un point entre les 2 grilles en fonction de  $E$ ,  $x$  et  $V_1$ .
15. En déduire l'expression de  $U = |V_2 - V_1|$  la tension à appliquer entre les 2 électrodes. Indiquer le sens de  $U$  sur un schéma.

#### 3.2 Déviation d'un faisceau d'électrons

On étudie la trajectoire d'un faisceau d'électrons, arrivant sur la grille  $G_1$ , en  $O$ , avec un vecteur vitesse initial  $\vec{v}_1$  faisant un angle  $i_1$  avec  $\vec{u}_x$ . Entre les grilles ( $x \in [0, d]$ ) règne un champ électrique uniforme et stationnaire  $\vec{E} = E\vec{u}_x$  avec  $E > 0$ .



16. Établir l'équation  $x(y)$  de la trajectoire d'un électron entre les grilles.
17. En déduire la condition sur  $i_1$ ,  $e$ ,  $E$ ,  $d$ ,  $m$  et  $v_1$  pour que l'électron atteigne la grille  $G_2$ .

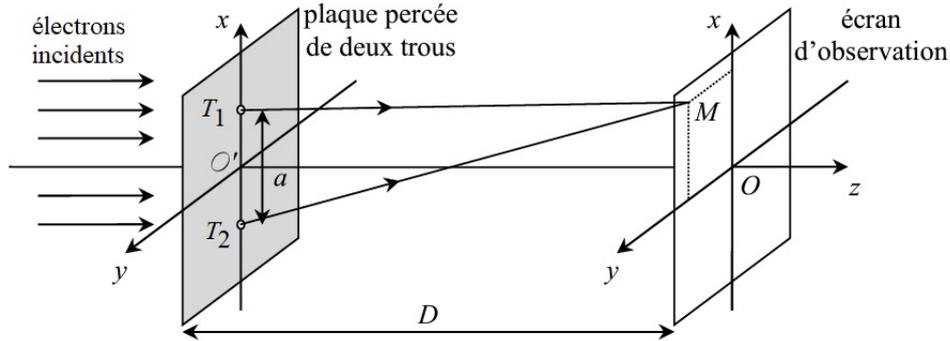
On suppose cette condition vérifiée dans les questions suivantes, exceptée la question 21. On note  $\vec{v}_2$  le vecteur vitesse au niveau de  $G_2$  et  $i_2$  l'angle ( $\vec{u}_x, \vec{v}_2$ ).

18. Représenter l'allure de la trajectoire, entre les plaques et à l'extérieur. Représenter  $\vec{v}_2$  sur le schéma.
19. Établir l'expression de  $v_2$  la norme de  $\vec{v}_2$  en fonction de  $v_1$ ,  $e$ ,  $U$  et  $m$ .
20. Établir la relation entre  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $v_1$  et  $v_2$ . Commenter.
21. A quel phénomène optique correspond le cas où l'électron n'atteint pas la grille  $G_2$ ? Représenter l'allure de la trajectoire dans ce cas. Ce phénomène peut-il se produire avec une particule de charge positive?

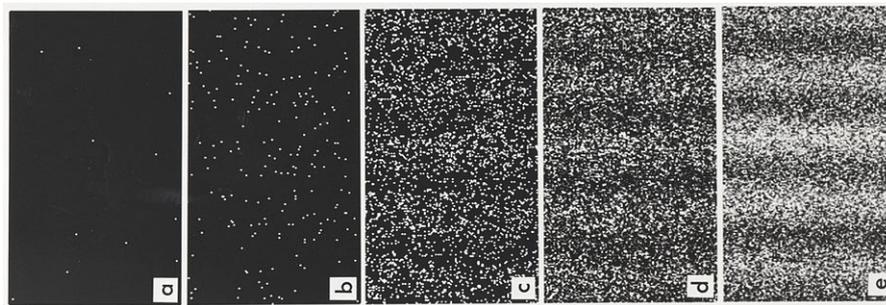
### 3.3 Expérience des trous d'Young avec des électrons

Les électrons sont des particules quantiques, qui dans certaines conditions, peuvent se comporter comme des ondes. La longueur d'onde associée à une particule quantique de quantité de mouvement  $p$  est donnée par la relation de De Broglie :  $\lambda = h/p$ , où  $h$  est la constante de Planck.

En 1961, le physicien allemand C. Jönsson a réalisé l'expérience dite des fentes d'Young avec des électrons. On étudie ici une version simplifiée de son expérience. Des électrons accélérés par une tension  $U = 50$  kV sont envoyés sur une plaque percée de deux petits trous  $T_1$  et  $T_2$  distants de  $a = 1$   $\mu\text{m}$ .



On observe la répartition des impacts des électrons sur un écran fluorescent situé à la distance  $D = 35$  cm de la plaque, au fur et à mesure de l'expérience.



22. En quoi l'expérience de C. Jönsson met-elle en défaut la mécanique classique ?
23. Calculer la longueur d'onde de De Broglie  $\lambda$  associée aux électrons dans l'expérience de C. Jönsson.
24. Exprimer la différence de marche  $\delta$  en un point  $M(x, y)$  de l'écran, dans l'approximation  $D \gg a, x$  et  $y$ .
25. Exprimer et calculer l'interfrange  $i$ .

## 4 Trajectoires dans une chambre à bulle



La chambre à bulle est un dispositif mis au point par Donald A. Glazer (ce qui lui valut le prix Nobel de physique en 1960), destiné à visualiser les trajectoires de particules subatomiques. Il s'agit d'une enceinte remplie d'un liquide (généralement du dihydrogène) à une température légèrement supérieure à sa température de vaporisation. Le passage d'une particule chargée déclenche la vaporisation et les petites bulles ainsi formées permettent de visualiser la trajectoire de la particule. Les particules non-chargées par contre, ne laissent pas de trace.

De plus, l'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B}$ .

On étudie le mouvement d'une particule, assimilée à un point matériel  $M$  de masse  $m$  et de charge  $q$  dans une chambre à bulle. A l'instant  $t = 0$ , la particule a un vecteur vitesse  $\vec{v}_0$ , orthogonal à  $\vec{B}$ .

### 4.1 Mouvement sans frottements

26. Montrer que le mouvement est circulaire uniforme et établir l'expression du rayon  $R$  de la trajectoire en fonction de  $m$ ,  $v_0$ ,  $q$  et  $B$ .
27. Sur un schéma, représenter le vecteur  $\vec{v}_0$ , le vecteur  $\vec{B}$  et l'allure de la trajectoire selon le signe de  $q$ .

### 4.2 Modélisation des frottements

On modélise l'action du fluide sur la particule par une force de frottement  $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ .

28. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $v$  et la relation entre  $v$  et  $r$  le rayon de courbure instantané de la trajectoire.
29. Retrouver l'équation différentielle vérifiée par  $v$ , par un théorème énergétique.
30. Déterminer la loi  $v(t)$  en fonction de  $t$ ,  $v_0$ ,  $m$  et  $\alpha$ .
31. Déterminer la loi  $r(t)$  en fonction de  $R$  le rayon de la trajectoire sans frottements,  $t$ ,  $m$  et  $\alpha$ .
32. Déterminer la vitesse de rotation  $\Omega$  en fonction de  $q$ ,  $B$  et  $m$ .
33. Sur un schéma, représenter le vecteur  $\vec{v}_0$ , le vecteur  $\vec{B}$  et l'allure de la trajectoire selon le signe de  $q$ .
34. En considérant que le mouvement de la particule n'est plus visible lorsque sa vitesse a atteint 5% de sa vitesse initiale, exprimer le nombre de tours visibles en fonction de  $q$ ,  $B$  et  $\alpha$ .

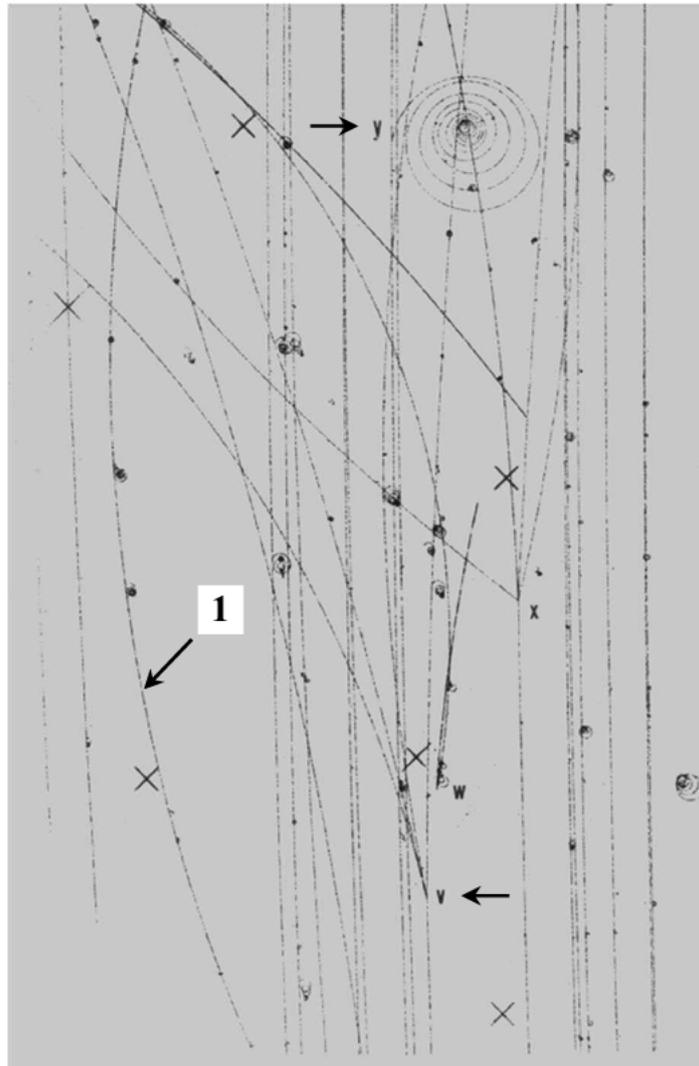
On note  $O$  la position finale de la particule quand  $t \rightarrow +\infty$ . On suppose que le rayon de courbure  $r$  diminue suffisamment lentement, pour qu'on puisse l'assimiler à la distance  $OM$ . On repère la particule par ses coordonnées polaires  $(r, \theta)$  de centre  $O$ . On choisit la direction  $\theta = 0$  telle que  $\theta(0) = 0$ .

35. Déterminer l'équation  $r(\theta)$  de la trajectoire.

On envisage une autre modèle pour la force de frottement :  $\vec{f} = -\beta v\vec{v}$ .

36. Établir la nouvelle équation  $r(\theta)$  de la trajectoire, dans ce cadre.
37. En vous inspirant de la méthode intégrale en cinétique chimique, proposer une méthode pour valider l'un ou l'autre modèle de la force de frottement, à partir d'une photographie de la trajectoire.

### 4.3 Analyse de trajectoires



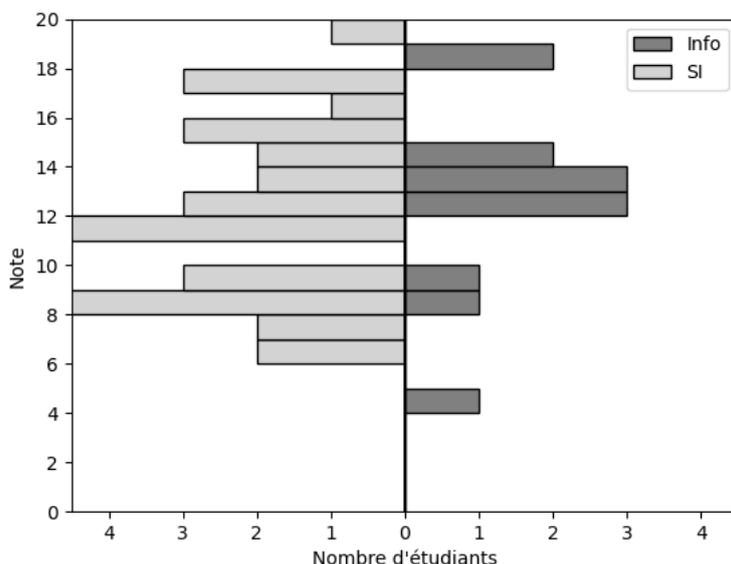
La figure ci-dessus est une photographie prise dans une chambre à bulles. Les trajectoires quasi-rectilignes sont celles de kaons  $\kappa^-$  (particules de charge  $-e$  et de masse voisine de celle d'un proton) à grande vitesse, d'un faisceau incident venant du bas de l'image. En certains points, un kaon subit un choc avec une particule du milieu, ce qui la dévie ou fait apparaître de nouvelles particules, dont on voit alors les trajectoires si elles sont chargées (les particules neutres ne laissant pas de trace).

38. La trajectoire **1** est celle d'un kaon de vitesse plus faible que celle du faisceau incident. En déduire la direction et le sens de  $\vec{B}$ .
39. Au point noté **v**, la collision d'un kaon avec un proton produit 4 particules. Déterminer les signes des charges de ces 4 particules.
40. Au point **y**, un kaon subit une collision avec une particule indéterminée, cette dernière suit alors la trajectoire en spirale. En supposant que la particule indéterminée acquiert une vitesse du même ordre de grandeur que celle du kaon incident, identifier la nature de cette particule parmi les possibilités suivantes : proton, antiproton, électron, positon (antiélectron). Une antiparticule possède la même masse que la particule correspondante, et une charge opposée.

# Commentaires du DS n° 5 de Physique-Chimie

Moyenne : 12/20

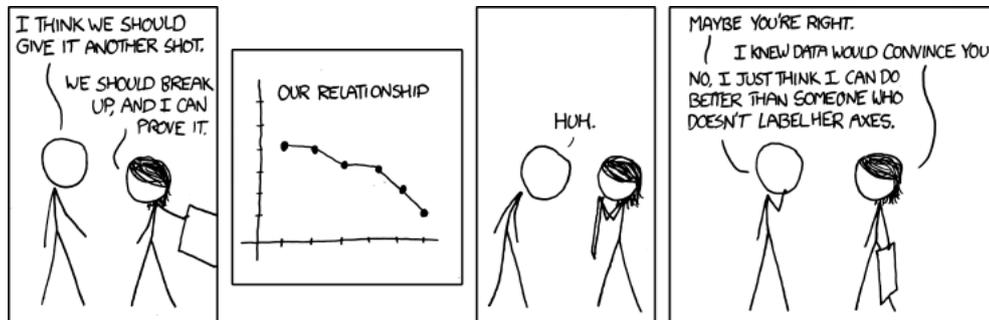
Max : 20/20



« Les unités sont la raison d'être de l'application numérique. »

Proverbe chinois

- Attention, la quantité totale de gaz dans  $PV = n_{\text{gaz}}RT$ , n'est pas la quantité de réactif A, puisque la réaction produit d'autres gaz.
- Lorsqu'on parle de tracer un graphe, il est indispensable de préciser les grandeurs en abscisse et en ordonnée.



- Pour calculer le coefficient directeur d'une droite, il faut prendre 2 points éloignés, pour diminuer l'incertitude. Pour une droite passant par l'origine, on peut prendre l'origine (0,0) pour l'un des 2 points.
- Il est préférable d'établir l'expression du temps de demi-réaction (ou à 27%), pour justifier qu'il ne dépend pas de la concentration initiale.
- Attention  $\ln(k)$  n'est pas défini à une constante près, contrairement à l'énergie potentielle : on ne peut pas choisir la constante d'intégration quand on intègre la loi d'Arrhénius.  
L'énergie potentielle est définie à une constante près, car seules les variations d'énergie potentielle apparaissent dans le théorème de l'énergie mécanique (ou  $\frac{dE_p}{dt}$  dans le théorème de la puissance mécanique).
- HCl est un acide fort, c'est-à-dire qu'il n'est pas présent dans l'eau. Pour tout acide fort en solution aqueuse, l'acide à considérer est  $\text{H}_3\text{O}^+$ .
- $x(y) = ay^2 + by + c$  donc la trajectoire est une parabole mais de direction  $x$ . La concavité est vers la gauche si  $a < 0$  et vers la droite si  $a > 0$ .
- Il y a 2 limitations à la mécanique classique :
  - une limite quantique, lorsqu'on considère des objets très petits<sup>1</sup> ; la mécanique classique ne prévoit pas la dualité onde-particule notamment.

1. Plus précisément, la mécanique classique n'est plus valable lorsque le produit  $\Delta x \Delta p$ , où  $\Delta x$  et  $\Delta p$  sont les variations typiques de la position et de la quantité de mouvement, devient de l'ordre de la constante de Planck  $h$ .

— une limite relativiste, lorsque la vitesse s'approche de  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

L'expérience présentée ici met en évidence ces 2 limitations. (Bien que la réponse attendue à cette question était la première, la seconde a également été acceptée.)

23. La quantité de mouvement d'un point matériel a été définie dans le chapitre M1 :  $\vec{p} = m\vec{v}$
26. Ne pas confondre la base de Frenet  $(\vec{u}_t, \vec{u}_n)$  et la base associée aux coordonnées polaires  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ . Bien entendu, dans le cas d'un mouvement circulaire de centre  $O$ ,  $\vec{u}_n = -\vec{u}_r$  et  $\vec{u}_t = \pm\vec{u}_\theta$ . Mais on ne peut pas utiliser les expressions  $\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$  et  $\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta - R\dot{\theta}^2$  pour démontrer que le mouvement est circulaire, puisque celles-ci présupposent que le mouvement est circulaire. Le centre  $O$  n'est même pas défini à ce stade!

Attention  $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} \neq |q|\vec{v} \wedge \vec{B}$ , mais  $\vec{F}_m = \pm qvB\vec{u}_n$ , car le sens de  $\vec{u}_n$  dépend du sens de rotation.

35. L'énoncé sous-entend qu'un peut assimiler le rayon de courbure  $R(t)$  à la distance  $OM = r$ . Cette approximation n'est valable que si  $r(t)$  décroît suffisamment lentement, c'est-à-dire si  $\dot{r} \ll r\dot{\theta}$ .

1. Cinétique de décomposition de l'éther.

1.

	A → B + C			gaz
t=0	[A] <sub>0</sub>	0	0	[A] <sub>0</sub>
t	[A] <sub>0</sub> -n	n	n	[A] <sub>0</sub> +n

$$PV = n_{\text{gaz}} RT \quad \text{d'où} \quad P = ([A]_0 + n) RT$$

$$P_0 = [A]_0 RT$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{n}{[A]_0}$$

$$[A] = [A]_0 - n \quad \text{d'où} \quad \frac{[A]}{[A]_0} = 1 - \left( \frac{P}{P_0} - 1 \right) = 2 - \frac{P}{P_0}$$

Ainsi, 
$$\boxed{[A] = [A]_0 \left( 2 - \frac{P}{P_0} \right)}$$

2.  $v = - \frac{d[A]}{dt}$  dans 
$$\boxed{v = \frac{[A]_0}{P_0} \frac{dP}{dt}}$$

3.  $v = k[A]^{\uparrow} \Leftrightarrow \ln(v) = \ln(k) + \uparrow \ln[A]$   
 $\Rightarrow \ln\left(\frac{dP}{dt}\right) = \uparrow \ln\left(2 - \frac{P}{P_0}\right) + \ln k$

Pour chaque  $t_i$ , on calcule  $\frac{dP}{dt}(t_i) \approx \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

On trace le graphique de  $\ln\left(\frac{dP}{dt}\right)$  en fonction de  $\ln\left(2 - \frac{P}{P_0}\right)$ .

On modélise par une fonction affine.

Le coefficient directeur donne une estimation de l'ordre.

4. Hypothèse  $\nu = 1$

$$\frac{d[A]}{dt} = -v = -k[A]$$

$$-\int_{[A]_0}^{[A]} \frac{d[A]}{[A]} = \int_0^t k dt \quad \text{soit} \quad \ln\left(\frac{[A]_0}{[A]}\right) = kt$$

$$\text{Or } \frac{[A]_0}{[A]} = \frac{1}{2 - \frac{P}{P_0}} = \frac{P_0}{2P_0 - P}, \quad \text{donc } \boxed{\ln\left(\frac{P_0}{2P_0 - P}\right) = kt}$$

5. Hypothèse  $\nu = 2$

$$\frac{d[A]}{dt} = -k[A]^2$$

$$-\int_{[A]_0}^{[A]} \frac{d[A]}{[A]^2} = \int_0^t k dt \quad \text{soit} \quad \frac{1}{[A]} - \frac{1}{[A]_0} = kt$$

$$\frac{P_0}{2P_0 - P} - 1 = [A]_0 kt$$

$$\boxed{\frac{P - P_0}{2P_0 - P} = [A]_0 kt}$$

6. Le graphe de  $f(P, P_0)$  en fonction de  $t$  est une droite passant par l'origine, donc l'hypothèse  $\nu = 1$  est validée.

Le coefficient directeur est  $k = \frac{0,65}{200 \Delta}$

$$\boxed{k = 3,25 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}}$$

7.  $t_{27}$  est tel que  $[A](t_{27}) = 73\% [A]_0$

$$\text{donc } \ln\left(\frac{1}{0,73}\right) = k t_{27}, \text{ soit } t_{27} = -\frac{\ln(0,73)}{k}$$

les valeurs de  $t_{27}$  sont pratiquement indépendantes de  $P_0$ , donc compatibles avec l'expression obtenue pour l'ordre  $\nu=1$ .

$$k = -\frac{\ln(0,73)}{t_{27}} \quad \text{avec } t_{27} = 100 \text{ s.}$$

$$\boxed{k = 3,15 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}}$$

8. Loi d'Arrhenius :  $\frac{d(\ln k)}{dT} = \frac{E_a}{RT^2}$

$$\text{donc } \int_T^{T'} \frac{d(\ln k)}{dT} dT = \int_T^{T'} \frac{E_a}{RT^2} dT$$

$$\ln\left(\frac{k'}{k}\right) = \frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}\right)$$

$$E_a = R \frac{\ln\left(\frac{k'}{k}\right)}{\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}} \quad \text{avec } T = (273 + 580) \text{ K}$$
$$T' = (273 + 620) \text{ K}$$

$$\boxed{E_a = 103 \text{ kJ.mol}^{-1}}$$

## 2. Neutralisation d'un effluent gazeux.

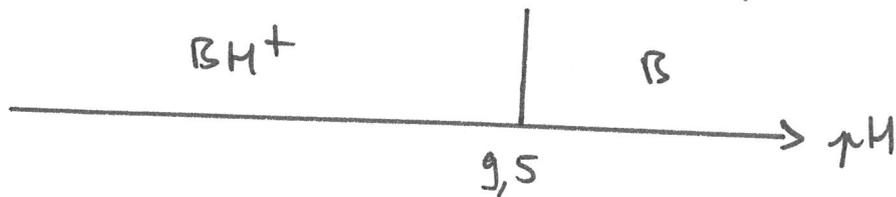


Une solution de HCl est appelée solution d'acide chlorhydrique.

10.  $K_a = \frac{[\text{B}]h}{[\text{BH}^+]}$  donc  $h = K_a \frac{[\text{BH}^+]}{[\text{B}]}$

soit  $\text{pH} = \text{p}K_a + \log \frac{[\text{B}]}{[\text{BH}^+]}$

B prédomine  $\Leftrightarrow [\text{B}] > [\text{BH}^+] \Leftrightarrow \text{pH} > \text{p}K_a$



11. Réaction prépondérante :

État	B	+ H <sub>2</sub> O	=	BH <sup>+</sup>	+ HO <sup>-</sup>
i	c	excès		0	0
f	c-n			n	n

$$K = \frac{[\text{BH}^+]w}{[\text{B}]} \times \frac{h}{h} = \frac{K_e}{K_a} = \frac{10^{-14}}{10^{-9,5}} = 10^{-4,5}$$

donc  $\frac{n^2}{c-n} = \frac{K_e}{K_a}$

Hypothèse : réaction limitée  $n \ll c$

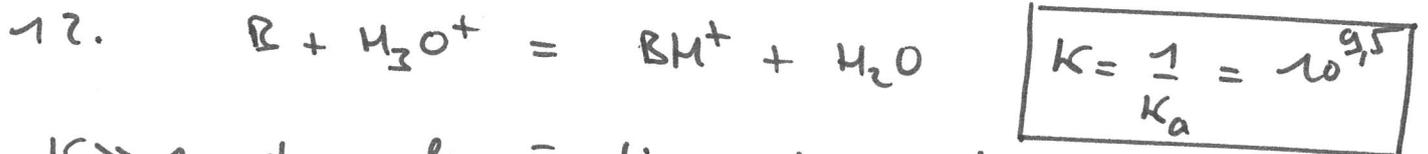
alors  $\frac{n^2}{c} \approx \frac{K_e}{K_a}$   $n \approx \sqrt{c \frac{K_e}{K_a}}$

Or  $K_e = h w$  donc  $h = \frac{K_e}{n} \approx \sqrt{\frac{K_e K_a}{c}}$

$$\text{pH} = \frac{1}{2} (\text{p}K_e + \text{p}K_a - \text{p}c) = 11,25$$

On vérifie  $\text{pH} > 9,5 + 1$  donc  $[\text{B}] \gg [\text{BH}^+]$ .

L'hypothèse est validée.



$K \gg 1$  donc la réaction est quasi-totale

13. Quantité initiale de B :  $n_B = c \times 1\text{m}^3 = 100\text{ mol}$

On a  $\xi = \xi_{\text{max}} = n_B = n_{\text{HCl}}$

$$P V_{\text{HCl}} = n_{\text{HCl}} RT \quad \text{d'où} \quad V_{\text{HCl}} = \frac{n_{\text{HCl}} RT}{P} \quad \left| \begin{array}{l} T = 298\text{ K} \\ P = 10^5\text{ Pa} \end{array} \right.$$

$V_{\text{HCl}} = 2,48\text{ m}^3$

### 3. Optique électronique

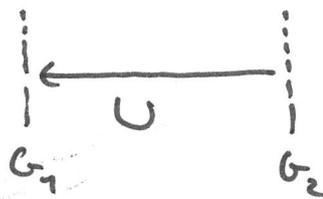
14.  $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{OM}$  avec  $d\vec{OM} = dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z$   
 $= -E dx$

donc  $\frac{dV}{dx} = -E$ , d'où  $V(x) = -Ex + V_1$

15.  $V_2 = -Ed + V_1$  donc  $V_2 - V_1 = -Ed < 0$

$$U = |V_2 - V_1| = Ed$$

$$U = V_1 - V_2 = U_{12}$$



16.

On applique le principe fondamental de la dynamique à 1 électron qui arrive en O à  $t=0$ .

$$m\vec{a} = \vec{F}_e = -e\vec{E} \quad \text{donc} \quad \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

$$\vec{v} = -\frac{e}{m}\vec{E}t + \vec{v}_1$$

$$\vec{OM} = -\frac{e}{2m}t^2\vec{E} + \vec{v}_1 t$$

Ainsi, 
$$\begin{cases} x = -\frac{eE}{2m}t^2 + v_1 \cos(i_1)t \\ y = v_1 \sin(i_1)t \end{cases} \quad \text{d'où} \quad t = \frac{y}{v_1 \sin(i_1)}$$

$$x = -\frac{eE}{2m v_1^2 \sin^2(i_1)} y^2 + \cotan(i_1) y$$

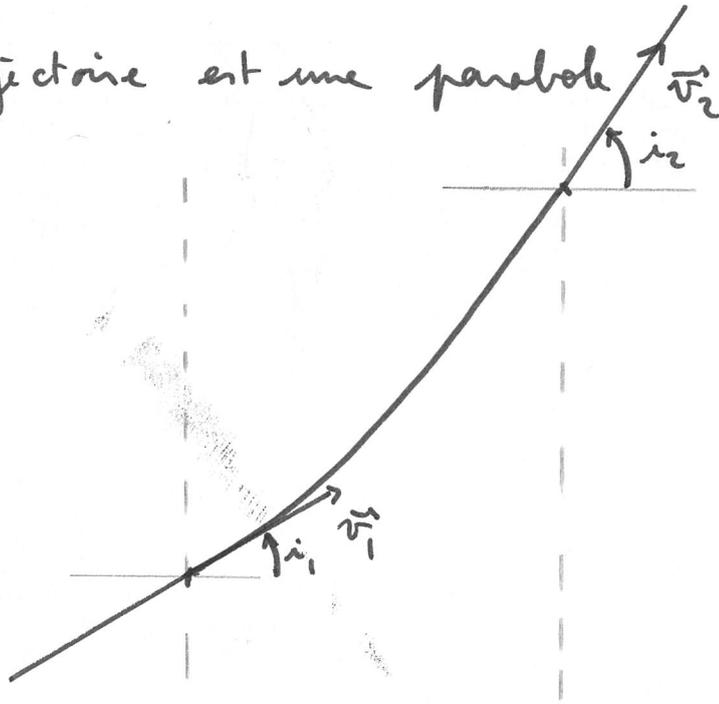
17. L'électron atteint  $G_2$  si  $\exists y$  tel que  $n = d$

$$\frac{eE}{2m v_1^2 \sin^2 i_1} y^2 - \cotan(i_1) y + d = 0$$

$$\Delta = \cotan^2(i_1) - \frac{2eEd}{m v_1^2 \sin^2 i_1}$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \boxed{\cos^2(i_1) > \frac{2eEd}{m v_1^2}}$$

18. La trajectoire est une parabole



19. L'électron est soumis à la seule force électrique, conservative, associée à  $E_{pe} = -eV$

Théorème de l'énergie mécanique entre  $G_1$  et  $G_2$  :

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - eV_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - eV_2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2e}{m} (V_2 - V_1) \quad \text{or } U = V_1 - V_2$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2eU}{m}}}$$

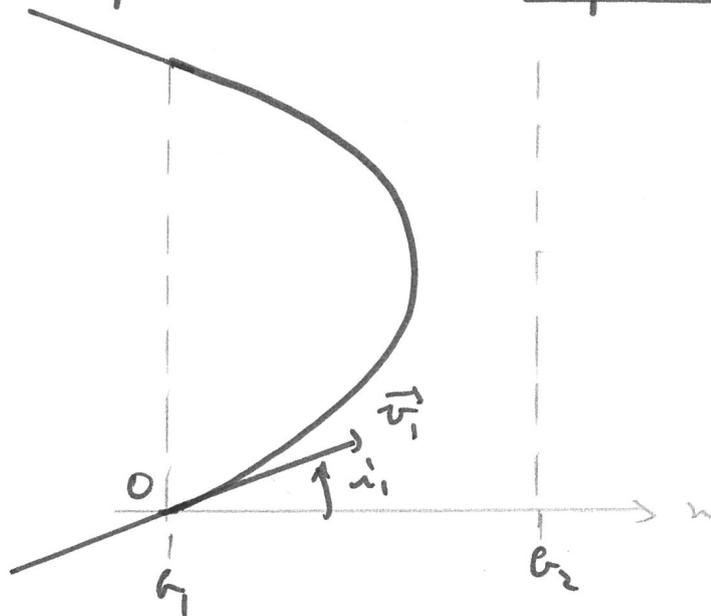
20. Avec le principe fondamental de la dynamique, on a établi (16.) :  $\vec{v} = -\frac{e}{m} t \vec{E} + \vec{v}_2$

donc  $\vec{v}_2 = -\frac{e}{m} t_2 \vec{E} + \vec{v}_1$ ,

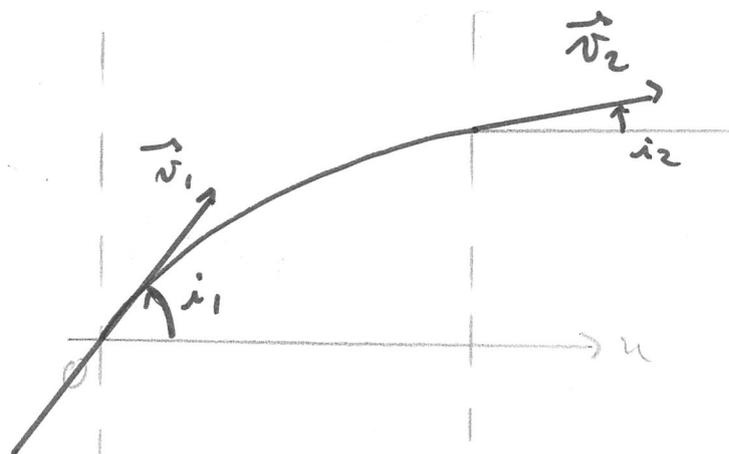
soit selon  $\vec{u}_y$  :  $v_2 \sin i_2 = v_1 \sin i_1$

Cette relation rappelle la loi de Snell-Descartes de la refraction :  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

21. Dans cette analogie, le cas où l'électron n'atteint pas  $C_2$  correspond à une reflexion totale.



Le phénomène ne peut pas se produire avec une charge > 0, car dans ce cas, la trajectoire se rapproche de la normale :  $i_2 < i_1$



22. Dans le cadre de la mécanique classique, la répartition des impacts à l'écran ne présenterait pas de minima. Ici, la répartition des impacts reproduit la figure d'interférence, qu'on aurait avec des ondes, ce qui montre la dualité onde-particule des électrons.

23. D'après le théorème de l'énergie mécanique :

$$\frac{1}{2} m v^2 = eU \quad \text{d'où} \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$p = m v = \sqrt{2meU}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

$$\lambda = 1,74 \text{ nm}$$

$$24. \quad T_1 M^2 = D^2 + \left(n - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2$$

$$T_1 M = D \sqrt{1 + \frac{\left(n - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{D^2}} \underset{D \gg n, a, y}{\approx} D \left[ 1 + \frac{\left(n - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2} \right]$$

$$\text{De même,} \quad T_2 M \approx D \left[ 1 + \frac{\left(n + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2} \right]$$

$$S = T_2 M - T_1 M = \frac{1}{2D} \left[ \left(n + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(n - \frac{a}{2}\right)^2 \right] \Rightarrow \boxed{S = \frac{an}{D}}$$

24. Lorsque  $n$  varie de  $i$ ,  $S$  varie de  $\lambda$ , donc

$$\lambda = \frac{a i}{D} \quad \boxed{i = \frac{\lambda D}{a} = 608 \text{ nm}}$$

#### 4. Trajectoires dans une chambre à bulles

26.  $\vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B} \perp \vec{B}$ , or  $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ , donc le mouvement reste dans un plan  $\perp \vec{B}$ .

Représentation dans la base de Frenet :  $\vec{v} = v \vec{u}_t$   
 $\vec{a} = \dot{v} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$

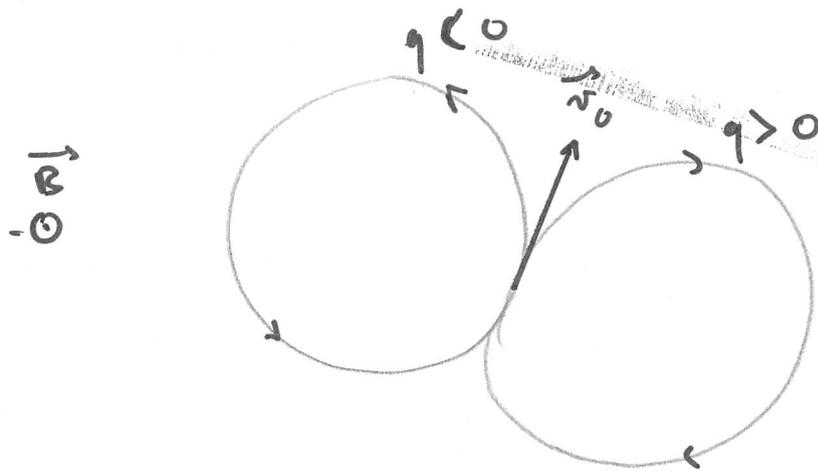
$$\vec{F}_m = q v \vec{u}_t \wedge \vec{B} = \pm q v B \vec{u}_n$$

Principe fondamental de la dynamique :  $m \vec{a} = \vec{F}_m$

$$\begin{cases} \dot{v} = 0 & \text{car le mouvement est uniforme : } v = v_0 \\ \underbrace{m \frac{v^2}{R}}_{>0} = \pm q v B & \text{car } \boxed{R = \frac{m v_0}{|q| B}} \end{cases}$$

$R$  est constant, donc le mouvement est circulaire.

27.



28.  $m \vec{a} = \vec{F}_m + \vec{f}$

$$\begin{cases} m \dot{v} = -d v \\ m \frac{v^2}{r} = |q| v B \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \dot{v} + \frac{d}{m} v = 0 \\ r = \frac{m v}{|q| B} \end{cases}$$

29. On applique le théorème de la puissance cinétique

$$\frac{dE_c}{dt} = P(\vec{F}_m) + P(\vec{f}) \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \\ P(\vec{F}_m) = 0 \\ P(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v} = -d v^2 \end{array} \right.$$

$$m v \dot{v} = -d v^2, \text{ soit } \dot{v} + \frac{d}{m} v = 0$$

$$30. v(t) = A e^{-\frac{d}{m} t}$$

$$v(0) = v_0 = A$$

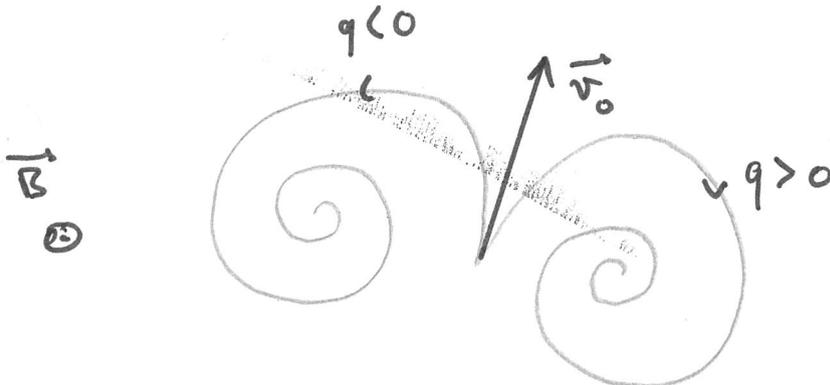
$$\boxed{v(t) = v_0 e^{-\frac{d}{m} t}}$$

$$31. r = \frac{m v_0}{|q| B} e^{-\frac{d}{m} t}$$

$$\boxed{r = R e^{-\frac{d}{m} t}}$$

$$32. \Omega = \frac{v}{r} = \frac{v_0}{R} \quad \text{soit} \quad \boxed{\Omega = \frac{|q| B}{m}} \quad \text{constante}$$

33.



$$34. t_5 \text{ tel que } v(t_5) = 0,05 v_0$$

$$v_0 e^{-\frac{d}{m} t_5} = 0,05 v_0$$

$$t_5 = \frac{m}{d} \ln(20)$$

$$\text{Nombre de tours: } \frac{\Omega t_5}{2\pi} = \boxed{\frac{\ln(20)}{2\pi} \frac{|q| B}{d} = N}$$

$$35. \quad \theta = \Omega t \quad \text{d'où} \quad t = \frac{\theta}{\Omega}$$

$$r = R e^{-\frac{d}{m} \frac{\theta}{\Omega}} \quad \text{avec} \quad \Omega = \frac{|q| B}{m}$$

$$\boxed{r = R e^{-\frac{d}{|q| B} \theta}}$$

36. Les équations du mouvement deviennent

$$\begin{cases} m \dot{v} = -\beta v^2 \\ m \frac{v^2}{r} = |q| v B \end{cases}$$

$$\dot{v} = \frac{dv}{dt} = -\frac{\beta}{m} v^2$$

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t -\frac{\beta}{m} dt$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = \frac{\beta}{m} t$$

$$v = \frac{1}{\frac{1}{v_0} + \frac{\beta}{m} t}$$

$$\text{donc} \quad r = \frac{m v}{|q| B} = \frac{R}{1 + \frac{\beta v_0}{m} t}$$

$$\text{On a toujours} \quad \Omega = \frac{v}{r} = \frac{|q| B}{m} \quad \text{d'où} \quad \theta = \frac{|q| B}{m} t$$

Ainsi,

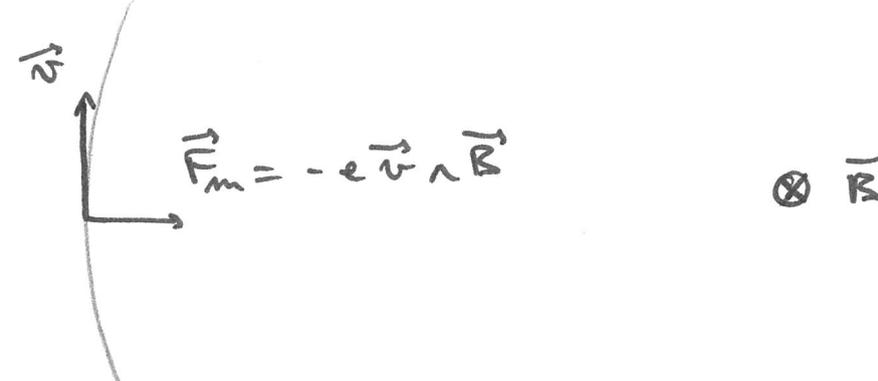
$$\boxed{r = \frac{R}{1 + \frac{\beta v_0}{|q| B} \theta}}$$

$$37. \quad \text{Pour } \vec{f} = -d\vec{v}, \text{ on a } \ln\left(\frac{R}{r}\right) = \frac{d}{|q| B} \theta$$

$$\text{Pour } \vec{f} = -\beta v \vec{v}, \text{ on a } \frac{R}{r} - 1 = \frac{\beta v_0}{|q| B} \theta$$

Sur la photographie, on relève les valeurs de  $r$  en fonction de  $\theta$ . ( $R = r(0)$ )

On trace les graphes de  $\ln\left(\frac{R}{r}\right)$  et de  $\frac{R}{r} - 1$  en fonction de  $\theta$ . Si on obtient une droite, le modèle est validé.

38. 

$\vec{F}_m = -e \vec{v} \wedge \vec{B}$

39. 2 particules sont déviées vers la gauche, donc sont de charges positives.

2 ————— droite —————  
 ————— négatives.

40. La particule tourne dans le sens  $\odot$ , donc sa charge est négative.

De plus le rayon de courbure de sa trajectoire est beaucoup plus faible que pour les  $K^-$ .

Or  $R = \frac{m v_0}{|q| B}$ , donc la masse est beaucoup plus faible que celle d'un  $K^-$ .

Il ne peut s'agir que d'un électron.