XX. Espaces vectoriels

- Espaces vectoriels: définitions, règles de calculs.
- Combinaisons linéaires d'une famille quleconque de vecteurs.
- Produit d'ev. Espace vectoriel E^X.
- Sous-espaces vectoriels: définition, caractérisation. Intersections de sev
- Sev engendré par une partie de E, famille génératrice.
- Dans $\mathbb{R}^n$: savoir passer de Vect(...) à équation(s) et inversement.
- Somme de deux sous-espaces vectoriels. Somme directe, sous-espaces supplémentaires. Caractérisation de la somme directe et des supplémentaires.
- Familles libres de vecteurs (nombre quelconque). Famille de polynômes échelonnée en degrés.
- Bases : famille libre et génératrice. Décomposition unique d'un vecteur dans une base, coordonnées. Bases canoniques.

XXI. Applications linéaires

- Applications linéaires: définitions. Structure de $\mathcal{L}(E,F)$, $\mathcal{L}(E)$, et $\mathrm{GL}(E)$.
- Image directe et réciproque d'un sev.
- Noyau et image d'une application linéaire. Caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité avec noyau et image.
  Famille génératrice de $\operatorname{Im} f$ à l'aide d'une famille génératrice de $\operatorname{Im} f$.
- Image d'une famille libre/génératrice/base. Lien avec injectivité/surjectivité/bijectivité.
- Unicité de l'applications linéaire définie par ses restrictions à une somme directe.
  Unicité de l'applications linéaire définie par l'image d'une base.
- Projecteurs et symétries: définitions, propriétés, caractérisation.
- Formes linéaires. Expression d'une forme linéaire dans une base.
  Hyperplan. Caractérisation des hyperplans par l'existence d'une droite supplémenaire.

Révision de calcul intégral du chapitre VI :

- formulaire de primitives
- changement de variable
- intégration par parties.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Caractérisation des hyperplans par l'existence d'une droite supplémentaire.
  Démonstration de l'implication : si H est un hyperplan alors h admet une droite supplémentaire.
- Caractérisation des projecteurs
- Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité.
- Si f est une fonction T-périodique continue sur $\mathbb{R}$, alors $\displaystyle\int_{\alpha}^{\alpha+T} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^T f(t)\,\mathrm{d}t$.

Cahier de colles : groupes 1,2,3,4