

### XXI. Intégration

- Continuité uniforme. Théorème de Heine.
- Fonctions en escaliers sur un segment. Intégrale d'une fonction en escalier: linéarité, Chasles, croissance, positivité.
- Fonctions continues par morceaux. Théorème d'approximation par des fonctions en escaliers. Intégrale sur un segment des fonctions continues par morceaux: linéarité, Chasles, croissance, positivité, majoration en valeur absolue.

Intégrale des fonctions continues positives et nullité de la fonction.

- Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Primitive d'une fonction continue. Lien entre primitive et intégrale : théorème fondamental de l'analyse.
- Plan d'étude de fonction  $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$ .
- Sommes de Riemann.
- Formule de Taylor avec reste intégral. Inégalité de Taylor Lagrange.

### Questions de cours (preuve à connaître)

- Théorème sur les sommes de Riemann (cas lipschitzien).
- Formule de Taylor avec reste intégral.
- Etude de  $x \mapsto \int_x^{2x} \frac{\text{Arctan } t}{t} dt$ . Ensemble de définition, classe  $\mathcal{C}^1$ , dérivée.

- Limite en 0 de  $x \mapsto \int_x^{2x} \frac{\text{Arctan } t}{t} dt$ .
- Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} = e^x$ .
- Théorème de nullité de l'intégrale.

Cahier de colles : groupes 5,6,7,8