

**Nom:****Prénom:**

1) Énoncer le théorème de nullité de l'intégrale pour les fonctions positives.

2) Énoncer l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

3) On pose  $I_n = \int_0^1 t^n \cos(t) dt$ . Montrer que  $I_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$ .

4) On pose  $J_n = \int_0^3 t^n e^t dt$ . Montrer que  $J_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$ .

5) On pose  $K_n = \int_0^1 \frac{t^n}{1+t} dt$ . Montrer que  $(K_n)$  est strictement monotone.

6) On pose  $f(x) = \int_x^{3x} e^{\sqrt{1-t^2}} dt$ .

-a- Déterminer l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .

-b- Montrer que  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathcal{D}_f$  et calculer  $f'(x)$ . *Indication : on introduira  $G$  une primitive de ... etc...*