

Exercice 1

- Fixez explicitement x , par exemple : soit $x > 0$.
Ne vous contentez pas de fixer x au voisinage de $+\infty$, ça n'est pas assez précis. On prend x au voisinage de..., si on calcule directement une limite, un équivalent, un DL.
- Il ne faut pas se tromper dans le calcul de la dérivée de $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$, beaucoup trop d'erreurs !
- En tenant compte de $x < c_x < x + 1$, par minoration $c_x \xrightarrow{x \rightarrow +\infty}$ ce qui simplifiait le calcul de limite final.

Problème 1

- 1) Facile avec la formule du binôme.
- 2) Le corrigé propose une démonstration du résultat sans anticiper sur la 3). Je n'ai pas pénalisé ceux qui font 2) et 3) en même temps.
- 3) Un grand classique, la résolution de $(z + 1)^n = (z - 1)^n$. Fait en TD, au programme d'une colle antérieure. 7 ne traitent pas la question, 4 ont 0/5. Ce n'est pas acceptable sur des questions vues et revues !
- 4) Connaître les racines d'un polynôme et son coefficient dominant ne suffisent pas à obtenir la factorisation du polynôme. Il faut comparer le nombre de racines au degré, être sûr que les racines trouvées sont distinctes, des racines pourraient être multiples....
- 5) et 6) : ce sont les relations coefficients-racines, c'est facile, déjà vu.
- 7) Attention au signe : $(-i \cotan(a))^2 = -\cotan^2(a)$.
- 8) Il faut justifier correctement le passage à l'inverse et l'élevation au carré. Certains n'y pensent pas, d'autres le font mal...
- 9) Peu traité, c'est une question à prise d'initiative, il faut être lucide sur la façon d'utiliser ce qui précède : découper la somme, changement d'indice dans la 2ème somme.
- 10) Question de synthèse (un peu téléphoné), il faut évidemment utiliser tout ce qui a été prouvé avant et pas encore utilisé. Prendre un bon x dans 8 et sommer...

Problème 2

Un exercice en trois parties. Partie I : c'est du cours. Même si les parties II et III sont un peu liées, elles sont largement indépendantes dans leur traitement, et bon nombre de questions de III sont faisables indépendamment de la partie II.

Partie I C'est du cours ! L'interpolation de Lagrange a été traitée en cours, un fiasco dans ce devoir !

- 1)-a- Ne vous contentez pas de poser L_i , justifier qu'il fonctionne. En n'oubliant pas le degré !
- 1)-b- Idem.
- 2) Classique. On utilise en route, le fameux résultat, un polynôme de degré au plus n qui admet $n + 1$ racines est forcément nul.

Partie II

- 1)-a- Si quasiment tout le monde a bien vu qu'il fallait appliquer le théorème "image d'un **segment** par une fonction **continue**". Il valait mieux l'appliquer directement à $|g|$ qui est bien continue. Ceux qui l'appliquent à g pour prouver l'existence d'un maximum et d'un minimum de g doivent encore faire quelque chose pour en déduire l'existence d'un max de $|g|$, c'est donc beaucoup plus long. Et certains le font mal... On voit fleurir des arguments du genre, " $|g|$ est bornée donc admet un maximum" (ce qui est faux)

- 1)-b- Théorème de Rolle en cascade. Le mieux étant de le rédiger par récurrence.
- 2)-b- La seule chose évaluée ici est : dire que $\pi_{n+1}(x) \neq 0$.
- 3)-a- Il faut UTILISER II)-1)-a- et pas en refaire la démo. Il faut donc ici simplement dire que les fonctions $f - P$, π_{n+1} et $f^{(n+1)}$ sont continues.
- 4)-a- Montrer qu'un polynôme P est LE polynôme interpolateur consiste à vérifier que pour tout i , $P(x_i) = f(x_i)$ et $\deg(P) \leq n$.

Partie III De nouveau des questions très accessibles dans cette dernière partie.

- 1)-b- Facile. Récurrence double attendue, certains semblent encore en ignorer l'existence, d'autres ne le font pas correctement.
Il faut aussi en cours de route utiliser correctement le résultat du degré d'une somme, égal au max des degrés car ici les degrés sont différents.
- 1)-c- Récurrence double aussi. Par d'arnaque en cours de route lorsqu'il faut utiliser une formule trigo.
- 1)-d- Une équation trigo facile à résoudre, certains se trompent !
- Pour la suite, c'est peu traité, les remarques sont dans les copies.

Barème sur 49 Moyenne: 19.8/49 et 9.9/20. Rendement moyen : 57 %
Moyennes : Ex 1 2.3/3.4 - Pb 1 7.7/15.5 - Pb 2 9.8/29.5

