

- Un devoir plus proche du cours et de méthodes classiques, d'où une moyenne de classe forcément plus élevée. Un devoir qui a le mérite de tester les connaissances de chacun sur le cours.  
Il est évident que ne pas connaître ses DL ou ne pas en connaître certains témoigne d'un manque de sérieux à ce stade où l'on a tant fait d'exercices sur ce sujet.

### Exercice 1

- 1) La question est la première de cet exercice et du devoir, elle vise à vérifier que vous maîtrisez les méthodes classiques pour déterminer l'ensemble de définition et la dérivabilité, il faut donc détailler et décortiquer. Insister sur les points clés,  $\sqrt{\cdot}$  est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$ ...
- 2) Pour l'étude en  $-1$ , sans DL. On calcule la limite de  $f$  en  $-1$ , par opérations, les croissances comparées sont utiles aussi; puis la limite du taux d'accroissement en  $-1$ .  
Attention, une erreur souvent rencontrée, une limite infinie pour le taux d'accroissement, donne une tangente VERTICALE !
- 3)-a- Attention aux erreurs de calculs.  
La composition par exp amène à choisir un "bon  $w$ " qui tend vers 0, cette erreur de "débutant" a été commise plusieurs fois.
- 3)-b- Le plus souvent bien traité.

### Exercice 2

- Attention sortir  $x^2$  de la racine, amène à considérer  $\sqrt{x^2} = |x|$  et à distinguer  $x > 0$  de la question 1) et  $x < 0$  de la question 2).  
Gare aux erreurs de calculs ! Des points perdus bêtement.

### Exercice 3

- 1)  $a$  est fixé une fois pour toute dans cette question, inutile de mettre des  $\forall a$  partout...
- 1)-a- Avoir  $G = \text{Vect}(\dots)$  suffit à prouver que c'est un ev. Il n'y a plus qu'à ajouter que  $x \mapsto 1$  est un bien élément de  $E$ .
- 1)-b- et 2)-b- On observe parfois une mauvaise maîtrise du raisonnement par analyse-synthèse.  
Si l'on souhaite prouver que  $E = F \oplus G$ . Avant l'analyse, on introduit  $h \in E$ . Puis : **Analyse** : "supposons  $h = f + g$  où  $f \in F$  et  $g \in G$ . L'objectif de l'analyse est de déterminer  $f$  et  $g$  à l'aide de  $h$ . maîtrisent mal le raisonnement par analyse-synthèse.
- 3)-a- L'énoncé de la question est exactement le théorème du cours sur l'interpolation de Lagrange.
- 4) Fait en TD et en cours. La décomposition revient à la division euclidienne, qui donne de fait existence et unicité.

## Problème 1

- 1) Donner explicitement l'ensemble-solution, c'est une ensemble de matrices colonnes et non de triplets.
- 2)-a- Le calcul de l'inverse est le plus souvent correct. Attention quand il y a erreur, on peut le détecter sur le résultat, pour cela il faut vérifier  $PP^{-1} = I_3$ .
- 3) Bien mentionner que  $L$  est diagonale pour justifier l'expression de  $L$  où l'on se contente d'élever les coefficients diagonaux à la puissance  $n$ .
- 12) Une erreur s'est glissée dans le corrigé. En fait à ce stade de l'année il ne suffit pas d'avoir  $AB = I_n$  pour justifier que  $A$  est inversible d'inverse  $B$ . Mais rapidement, nous aurons ce résultat...C'est un peu artificielle

que d'envisager de faire autrement. Patientons.

13) Là une vraie erreur de calcul dans le corrigé. Voici un correctif.

Supposons  $M \in G$  alors d'après 12),  $M$  est inversible et  $M^T LM = L$  donc  $LM = (M^T)^{-1}L = (M^{-1})^T L$  donc  $L = (M^{-1})^T LM^{-1}$  donc  $M^{-1} \in G$ .

**Barème sur 52 Moyenne: 30.2/52 et 12.1/20. Rendement moyen : 74 %**  
**Moyennes : Ex 1 5.3/8 - Ex 2 3/4.5 - Ex 3 7.6/16.5 - Pb 14.4/23**

Ex 1	8			Ex 3	8.5	Pb 1	23
1)	1.5			1)-a-	1.5	1)-a-	1.5
2)-a-	1	Ex 2	4.5	1)-b-	3	1)-b-	1.5
2)-b-	1.5	1)	3	2)-a-	1.5	2)-a-	0.5
3)-a-	2.5	2)	1.5	2)-b-	2.5	2)-b-	2
3)-b-	1.5			3)-a-	2	3)	1
				3)-b-	1.5	4)	2
				3)-c-	1.5	5)	1
				4)	3	6)	1.5
						7)	1.5
						8)	1.5
						9)	2
						10)	1
						11)	1
						12)	2
						13)	1.5
						14)	1.5

