Les réponses aux questions doivent être soigneusement justifiées. La rigueur, la clarté du raisonnement entrent dans une part importante de la note finale. Les **résultats** doivent être **encadrés**. Vous pouvez sauter des questions en précisant, s'il y a lieu, que vous admettez les résultats non prouvés. Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre qui vous convient.

Exercice 1 On définit la fonction f par $f(x) = \ln(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} - 2)$.

1) Résoudre l'inéquation (E) : $\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} - 2 > 0$.
   En déduire l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur $\mathcal{D}_f$.
3) Étudier la parité de f.
4) Dresser le tableau complet de variations de f.
5) -a- Montrer que: $\forall x \in \mathcal{D}_f, \quad f(x) = x + \ln(1 + \mathrm{e}^{-2x} - 2\,\mathrm{e}^{-x})$.
   -b- En déduire que la courbe $\mathcal{C}_f$ de f possède une asymptote oblique au voisinage de $\pm\infty$ que l'on déterminera.
   -c- Étudier la position de l'asymptote par rapport à la courbe.
6) Tracer la courbe $\mathcal{C}_f$.
7) -a- Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. A l'aide du théorème de la bijection monotone, déterminer le nombre de solutions sur $\mathcal{D}_f$ de l'équation $f(x) = \lambda$.
   -b- Déterminer les valeurs de ces solutions lorsque $\lambda = \frac{4}{3}$.

Exercice 2 Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (-1)^{n+k} k^2$.

1) Calculer S_1, S_2, S_3.
2) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Trouver une relation simple entre S_{n+1} et S_n.
3) Pour $p \in \mathbb{N}^*$, calculer S_{2p}.
4) À l'aide de 2) et 3), déterminer pour $p \in \mathbb{N}$, l'expression de S_{2p+1} en fonction de p.
5) Déduire de ce qui précède, l'expression de S_n en fonction de n pour $n \in \mathbb{N}^*$.