

XV. Polynômes

- Définition des polynômes. Opérations: $\mathbb{K}[X]$ est un anneau commutatif. Degré d'un polynôme: opérations sur les polynômes et degrés.
- Arithmétique sur $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs, multiples, polynômes associés. Division euclidienne. PGCD, PPCM. Algorithme d'Euclide. Polynômes premiers entre eux, théorème de Bezout. Théorème de Gauss.
- Fonction polynomiale \tilde{P} associée à P .
- Racines d'un polynôme, ordre de multiplicité. Polynôme scindé.
- Polynômes d'interpolation de Lagrange.
- Dérivation des polynômes et opérations sur la dérivation (formule de Leibniz).
- Formule de Taylor. Caractérisation de l'ordre de multiplicité à l'aide des dérivées successives.
- Théorème de d'Alembert-Gauss (admis). Description des polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$. Décomposition primaire dans $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$.
- Relations coefficients-racines.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Division euclidienne des polynômes.
- Construction des polynômes de la base de Lagrange et théorème d'interpolation de Lagrange.
- Formule de Taylor.
- Caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées.
- Décomposition primaire de $X^{2n} - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.

Cahier de colles : groupes 5,6,7,8.