## XVII. Convexité

- Définition fonctions convexes, fonction concave. Position de la courbe par rapport aux cordes (aux sécantes)
- Inégalité de Jensen.
- Caractérisations de la convexité :
  - pour tout $a \in I$, l'application $x \in I \setminus \{a\} \mapsto \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ est croissante
  - si $f$ dérivable sur $I$, $f'$ croissante sur $I$
  - si $f$ dérivable sur $I$, $\mathcal{C}_f$ est au dessus de ses tangentes
  - si $f$ est deux foix dérivable sur $I$, $f'' \geqslant 0$.

## XVIII. Développements limités

- Définition. Unicité des DL, partie régulière. DL et parité.
- Caractérisation de la continuité, dérivabilité avec les DL à l'ordre 0, à l'ordre 1.
- Intégration des DL.
- Formule de Taylor-Young. DL usuels.
- Formulaire de $DL$: $\exp(u)$, $\ln(1\pm u)$, $\dfrac{1}{1\pm u}$, $\sin u$, $\cos u$, $\tan u$ (ordre 7), $(1+u)^\alpha$, $\sqrt{1+u}$ (ordre 3), Arctan (ordre 3), ch, sh.
- Opérations sur les DL: somme, produit, composition, quotient (avec la composition).
- Applications: calculs de limites, recherche d'équivalents, étude locale: tangente et sa position relative, extremum local (condition suffisante d'existence à l'aide des DL).
- Développement asymptotique pour étude d'asymptote.

## Questions de cours (preuve à connaître)

- Obtenir un DL avec la formule de Taylor Young (celui de cos, sin, ch, sh, exp, $(1+x)^\alpha$).
- Calculer le $\mathrm{DL}_5(0)$ de $f(x) = \displaystyle\int_x^{x^2} \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{1+t^2}}$.
- Inégalité de Jensen.
- Si $f$ est convexe sur l'intervalle OUVERT $I$ alors $f$ est continue sur $I$.
- $f$ convexe $\Leftrightarrow$ $f'$ croissante sur $I$ $\Leftrightarrow$ $\mathcal{C}_f$ est au dessus de ses tangentes.

**Cahier de colles** : groupes 13,14,15,16