

XX. Espaces vectoriels

- Espaces vectoriels: définitions, règles de calculs.
- Combinaisons linéaires d'une famille quelconque de vecteurs.
- Produit d'ev. Espace vectoriel E^X .
- Sous-espaces vectoriels: définition, caractérisation. Intersections de sev
- Sev engendré par une partie de E , famille génératrice.
- Dans \mathbb{R}^n : savoir passer de Vect(...) à équation(s) et inversement.
- Somme de deux sous-espaces vectoriels. Somme directe, sous-espaces supplémentaires. Caractérisation de la somme directe et des supplémentaires.
- Familles libres de vecteurs (nombre quelconque). Famille de polynômes échelonnée en degrés.
- Bases : famille libre et génératrice. Décomposition unique d'un vecteur dans une base, coordonnées. Bases canoniques.

XXI. Applications linéaires

- Applications linéaires: définitions. Structure de $\mathcal{L}(E, F)$, $\mathcal{L}(E)$, et $GL(E)$.
- Image directe et réciproque d'un sev.
- Noyau et image d'une application linéaire. Caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité avec noyau et image. Famille génératrice de $\text{Im } f$ à l'aide d'une famille génératrice de $\text{Im } f$.
- Image d'une famille libre/généralrice/base. Lien avec injectivité/surjectivité/bijektivité.
- Unicité de l'applications linéaire définie par ses restrictions à une somme directe. Unicité de l'applications linéaire définie par l'image d'une base.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Caractérisation de l'injectivité avec le noyau.
- Noyau et image sont des sev.
- La réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme.
- L'image d'une famille libre par une application linéaire injective est libre.
- L'image d'une famille généralrice par une application linéaire surjective est généralrice.

Cahier de colles : groupes 5,6,7,8