

XXI. Applications linéaires

- Applications linéaires: définitions. Structure de $\mathcal{L}(E, F)$, $\mathcal{L}(E)$, et $\text{GL}(E)$.
- Image directe et réciproque d'un sev.
- Noyau et image d'une application linéaire. Caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité avec noyau et image. Famille génératrice de $\text{Im } f$ à l'aide d'une famille génératrice de $\text{Im } f$.
- Image d'une famille libre/génératrice/base. Lien avec injectivité/surjectivité/bijektivité.
- Unicité de l'applications linéaire définie par ses restrictions à une somme directe. Unicité de l'applications linéaire définie par l'image d'une base.
- Projecteurs et symétries: définitions, propriétés, caractérisation.
- Formes linéaires. Expression d'une forme linéaire dans une base.
- Hyperplan. Caractérisation des hyperplans par l'existence d'une droite supplémentaire.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Caractérisation des hyperplans par l'existence d'une droite supplémentaire. Démonstration de l'implication : si H est un hyperplan alors H admet une droite supplémentaire.
- Caractérisation des projecteurs
- Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité.
- Si f est une fonction T -périodique continue sur \mathbb{R} , alors $\int_{\alpha}^{\alpha+T} f(t) dt = \int_0^T f(t) dt$: 2 démonstrations.

Cahier de colles : groupes 9,10,11,12