

XXII. Intégration

- Continuité uniforme. Théorème de Heine.
- Fonctions en escaliers sur un segment. Intégrale d'une fonction en escalier: linéarité, Chasles, croissance, positivité.
- Fonctions continues par morceaux. Théorème d'approximation par des fonctions en escaliers. Intégrale sur un segment des fonctions continues par morceaux: linéarité, Chasles, croissance, positivité, majoration en valeur absolue.

Intégrale des fonctions continues positives et nullité de la fonction.

- Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Primitive d'une fonction continue. Lien entre primitive et intégrale : théorème fondamental de l'analyse.
- Plan d'étude de fonction $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$.
- Sommes de Riemann.
- Formule de Taylor avec reste intégral. Inégalité de Taylor Lagrange.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Théorème sur les sommes de Riemann (cas lipschitzien).
- Formule de Taylor avec reste intégral.
- Etude de $x \mapsto \int_x^{2x} \frac{1}{\text{Arctan } t} dt$. Ensemble de définition, classe \mathcal{C}^1 , dérivée.
- Limite en 0 de $x \mapsto \int_x^{2x} \frac{1}{\text{Arctan } t} dt$.
- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} = e^x$.
- Théorème de nullité de l'intégrale.

Cahier de colles : groupes 13,14,15,16