XXII. Dimension des espaces vectoriels

- E.v. de dimension finie. Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie.
- Théorème de la base incomplète, de la base extraite.
- Comparaison de la dimension d'un ev avec le nb d'éléments d'une famille libre, d'une famille génératrice.
- Base équivaut à famille libre ou génératrice si l'on a dimension=cardinal.
- Base adaptée à une somme directe. Caractérisation de sev supplémenataires par concaténation de bases.
- S.e.v. de dimension finie. Existence de supplémentaires.
- Cas de deux sev : formule de Grassmann.
- Caractérisation des espaces supplémentaires avec l'égalité des dimensions.
- Lien entre injectivité, surjectivité, bijectivité et dimension des espaces. Bijectif équivaut à injectif ou surjectif si on a égalité des dimensions.
- Rang d'une famille de vecteurs. Caractérisation du caractère libre et générateur et base à l'aide du range.
- Rang d'une matrice, calcul pratique et lien avec le rang d'une famille de vecteurs.
- Rang d'une appplication linéaire. Théorème du rang. Caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité de la bijectivité à l'aide du rang.
- Endomorphismes de E ev de dimension finie. Inversibilité à gauche, à droite, inversibilité. Equivalence entre ces notions avec la bijectivité.
- Formes linéaires en dimension finie. Equation d'un hyperplan en dimension finie. Intersection d'hyperplans.

Questions de cours (preuve à connaître)

- Théorème de caractérisation des supplémentaires.
- Formule de Grassmann.
- Caractérisation des supplémentaires par base adaptée
- Théorème du rang.
- Caractérisation de l'injectivité/surjectivité à l'aide du rang
- Les hyperplans d'un ev de dimension n sont les sev de dimension $n-1$

Cahier de colles : groupes 1,2,3,4