TD Etude des SLCI

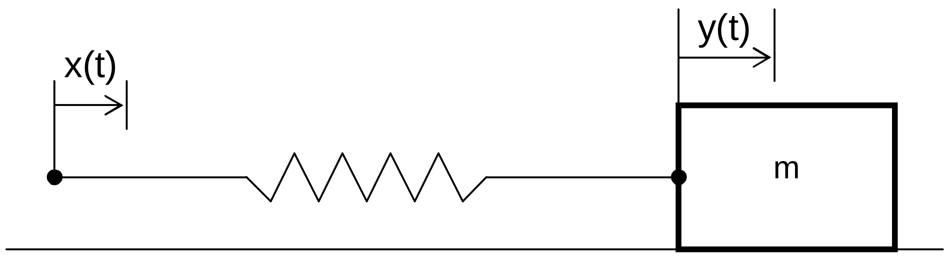
Exercice 1. Etude d'un système masse ressort

Problème posé : On retrouve souvent dans les mécanismes des systèmes composés d'une masse et d'un ressort (amortisseur de voiture, accéléromètre...).

On se propose de déterminer le comportement de ce système en réponse à des sollicitations en utilisant la Transformée de Laplace.

Soit le système constitué d'une masse m posé sur le sol est d'un ressort de raideur k.

A t = 0, le système est au repos.



Cas sans frottement

Dans un premier temps, on néglige les frottements.

L'équation de fonctionnement (tirée du principe fondamental de la dynamique) est :

$$m.\frac{d^2y(t)}{dt^2} = k.(x(t) - y(t)) .$$

Questions

1. *Déterminer la fonction de transfert du système* $H(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)}$.
2. *On sollicite ce système avec une impulsion* $x(t) = \delta(t)$*, en déduire* $y(t)$ *et donner son allure.*
3. *On sollicite ce système avec un échelon unitaire* $x(t) = u(t)$*, en déduire* $y(t)$.

Prise en compte des frottements.

Les frottements ne sont plus négligés, λ est le coefficient de frottement (en N/m.s^{-1}).

L'équation de fonctionnement devient : $m.\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} = k.(x(t) - y(t)) - \lambda.\dfrac{dy(t)}{dt}$.

Questions

4. *Déterminer la fonction de transfert* $H(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)}$.

Cas de frottements faibles.

On donne les valeurs numériques suivantes : k = 5 N/m ; λ = 2 N/m.s^{-1} ; m = 1 kg.

5. *Faire l'application numérique, déterminer et tracer la réponse de ce système à une impulsion.*

Cas de frottements importants

Les frottements sont plus importants, on a k = 5 N/m, λ = 6 N/m.s^{-1} ; m = 1 kg.

6. *Faire l'application numérique, déterminer et tracer la réponse de ce système à une impulsion.*

Exercice 2.

1. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle

$$\frac{ds(t)}{dt} + 2.s(t) = 3.e(t)$$

Déterminer la réponse de ce système à un échelon unitaire.

2. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 8.\frac{ds(t)}{dt} + 25.s(t) = 2.e(t)$$

Déterminer la réponse de ce système à une impulsion.

3. *Soit le système défini par la fonction de transfert* $H(p) = \dfrac{3}{p^2 + 12.p + 32}$ *, déterminer la réponse temporelle de ce système à un échelon unitaire.*

4. *Soit la fonction* $S(p) = \dfrac{p+6}{p^2 + 8.p + 8}$ *, déterminer s(0), s(∞) et s'(0) en utilisant les théorèmes des valeurs initiales et finales.*

Exercice 3.

Tracer les fonctions temporelles et donner les transformées de Laplace des fonctions suivantes :

1. $e_1(t) = u(t-2)$
2. $e_2(t) = 3.u(t) - 2.u(t-2)$
3. $e_3(t) = (t-3).u(t-3)$
4. $e_4(t) = t.u(t) - (t-1).u(t-1)$