

DS PCSI1, novembre 2025, durée 1h

Exercice 1.

1. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$2 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + 7 \cdot s(t) = 4 \cdot e(t)$$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à un échelon unitaire.

2. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 10 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + 41 \cdot s(t) = 7 \cdot e(t)$$

Question

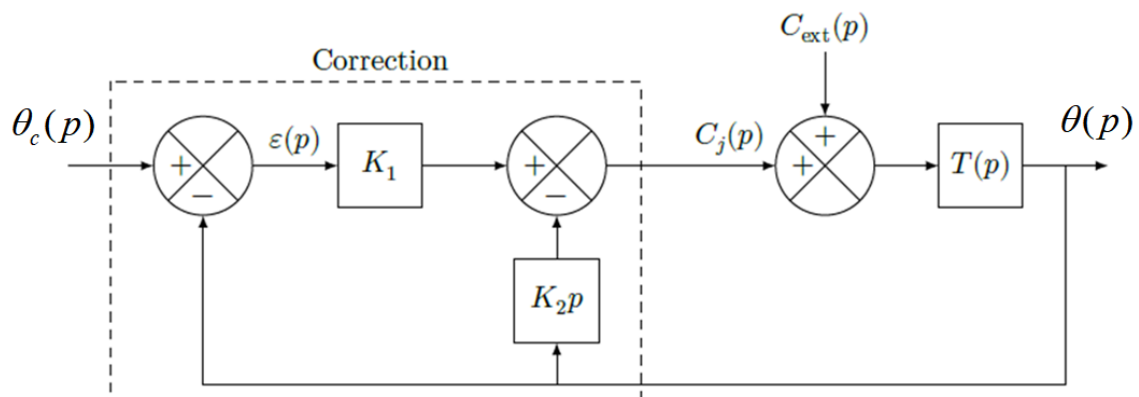
Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à une impulsion.

Tableau des Transformées de Laplace usuelles.

Domaine temporel	Domaine de Laplace	Domaine temporel	Domaine de Laplace
$\delta(t)$	1	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Exercice 2.

On donne le schéma bloc simplifié d'un asservissement en position d'un axe d robot.



La dynamique du robot est modélisée par le modèle suivant : $J \cdot \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} = c_j(t) + c_{ext}(t)$

Avec : ✓ $\theta(p)$: angle de rotation de l'articulation et $\theta_c(p)$: angle de consigne.

- ✓ J : moment d'inertie équivalent ramené sur l'axe de l'articulation.
- ✓ $c_j(p)$: couple moteur et $c_{ext}(p)$: couple perturbateur.

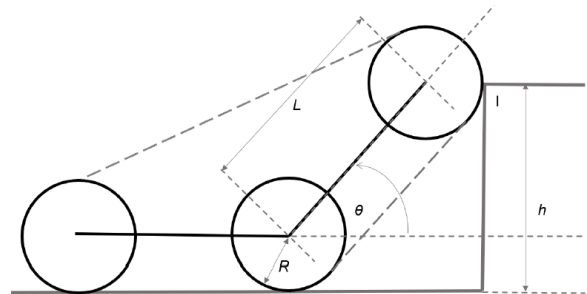
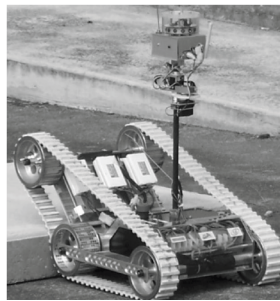
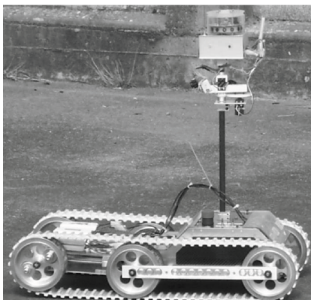
Questions.

1. Déterminer la fonction de transfert $T(p)$.

2. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$ en considérant $c_{ext}(p) = 0$.

Exercice 3. Robot à géométrie variable

Le robot « B2P2 » à géométrie variable possède une capacité de franchissement plus importante que d'autres robots.



Commande de l'axe d'inclinaison

On se limite ici à l'étude de la commande de l'inclinaison de la partie avant du robot. Le principe associé à cette commande est décrit par la figure du document réponses.

Description de l'asservissement :

- ✓ Un codeur incrémental de gain K_c , solidaire de l'axe moteur, permet d'obtenir l'image de l'angle de l'axe moteur θ_m .
- ✓ Cette image permet d'obtenir un écart $\mathcal{E}$ avec la consigne d'inclinaison transformée par l'adaptateur de gain K_a .
- ✓ Cet écart $\mathcal{E}$, via le correcteur de fonction de transfert $C(p)$ et l'amplificateur-variateur de gain G , va permettre de produire la tension de commande du moteur à courant continu de fonction de transfert $H_m(p)$.
- ✓ L'inclinaison θ est obtenue à la sortie du réducteur et d'une transmission poulies-courroie crantées de gain K_r .
- ✓ De plus, on rappelle que la vitesse est la dérivée de la position : $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$

Question 1.

Compléter le schéma bloc du document réponses.

Question 2.

Déterminer l'expression de K_a pour que le système soit correctement contrôlé (l'erreur doit être nulle lorsque la sortie est égale à la consigne d'entrée).

Etude du moteur

La motorisation de l'axe est réalisée à l'aide d'un moteur électrique à courant continu dont le comportement peut être modélisé par les équations suivantes :

$$u(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad C_m(t) = k_c.i(t)$$

$$J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad e(t) = k_e.\omega_m(t)$$

Question 3.

Déterminer les transformées de Laplace des équations du moteur et compléter le schéma bloc du document réponses.

Question 4.

Calculer $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$, la mettre sous la forme $H_m(p) = \frac{K}{1 + \tau_m.p + \tau_m.\tau_e.p^2}$

Question 5.

À partir de la réponse du moteur à un échelon de 10 V donnée dans le document réponses, identifier sa fonction de transfert $H_m(p)$.

Question 6.

Comparer les résultats des questions 4 et 5. Expliquer les éventuels écarts.

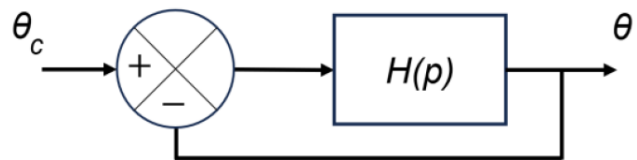
Modélisation de l'asservissement et étude des performances.

On donne les performances exigées par le cahier des charges :

Performances	Critères	Niveau
Stabilité	Dépassement	< 2%
Précision	Erreur statique	1°
Rapidité	Temps de réponse à 5%	Environ 1s (pas trop lent et pas trop rapide)

On considère $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau.p}$ et on choisit un correcteur proportionnel $C(p) = C$.

On se propose de mettre le schéma bloc de l'asservissement en position sous la forme d'un schéma bloc équivalent à retour unitaire comme décrit sur la figure suivante :



Question 7.

Déterminer $H(p)$ en fonction de K_c , C , G , K_m et τ .

On considère maintenant la fonction de transfert $H(p)$ non corrigée (avec $C=1$) :

$$H(p) = \frac{K_1}{p \cdot (1 + \tau \cdot p)} = \frac{25}{p \cdot (1 + 0,05 \cdot p)}$$

Question 8.

Calculer la Fonction de transfert en boucle fermée $H_2(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$, la mettre sous forme

canonique $\frac{K_2}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} \cdot p + 1}$ et calculer ses paramètres caractéristiques.

On donne dans le document réponses, la réponse temporelle du système non corrigé à un échelon unitaire.

Question 9.

Donner les performances du système non corrigé, comparer les avec les exigences du cahier des charges.

On considère maintenant la présence d'une perturbation sous forme de couple résistant.

Le correcteur retenu est de type proportionnel intégral : $C(p) = \frac{K_i \cdot (1 + \tau_i \cdot p)}{p \cdot \tau_i}$.

Question 10.

Préciser sur le schéma bloc du moteur l'emplacement de prise en compte de cette perturbation.

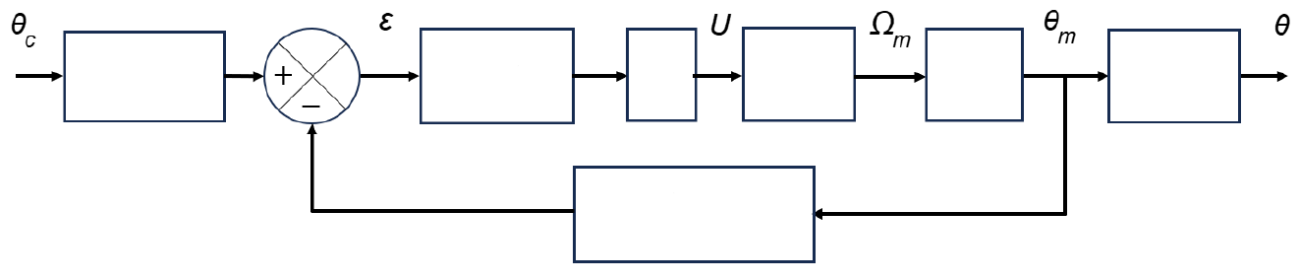
On donne sur les figures du document réponses, les réponses à l'échelon unitaire du l'asservissement corrigé avec différents réglages de K_i et τ_i .

Question 11.

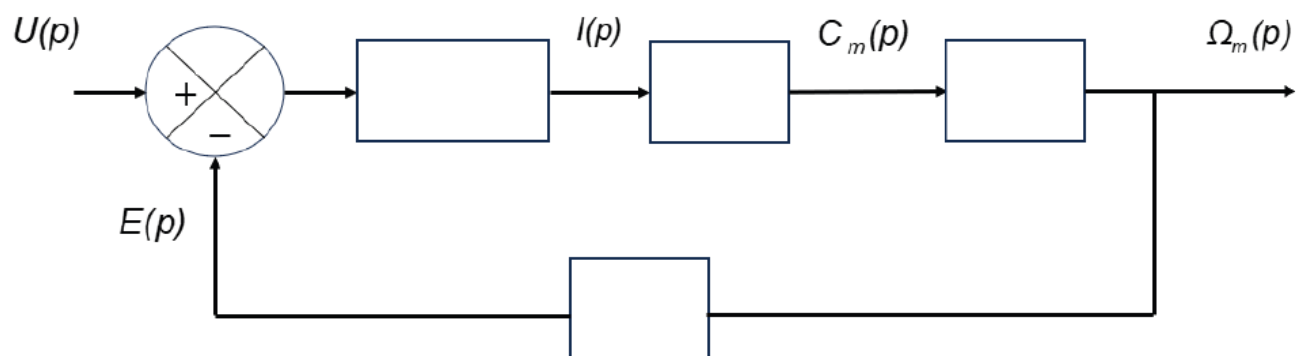
Proposer un couple de valeur pour K_i et τ_i parmi les valeurs proposées afin de valider les exigences du cahier des charges.

DS PCSI1, novembre 2025, document réponses

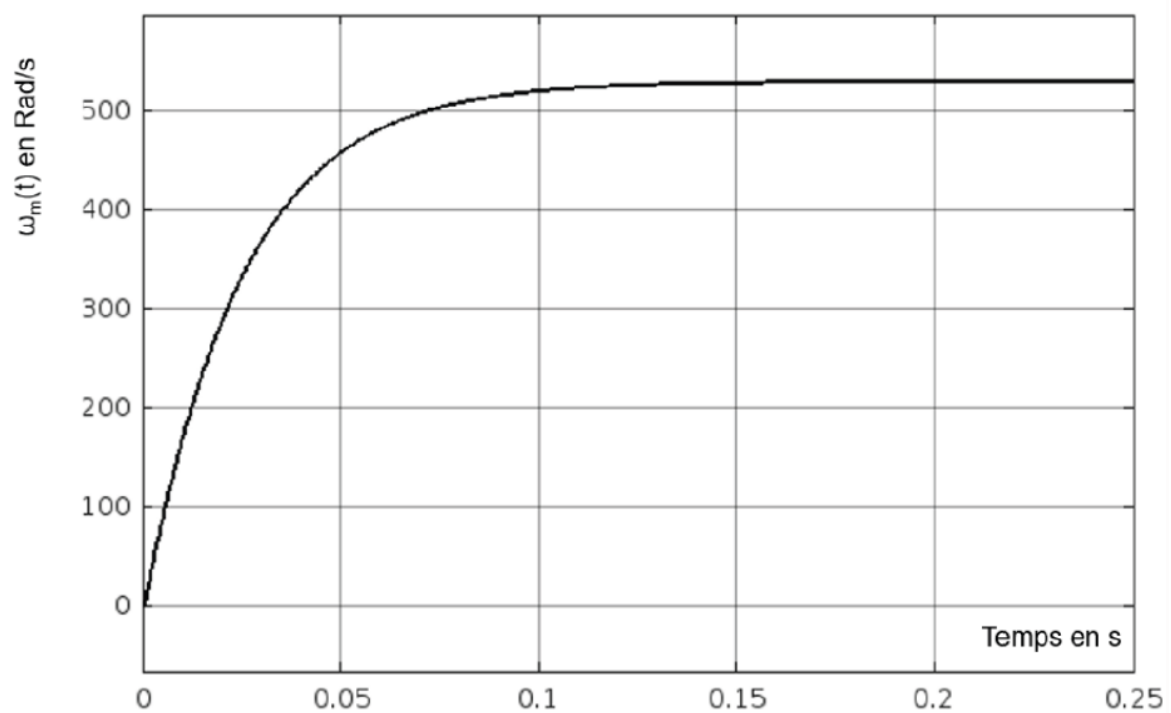
Question 1.



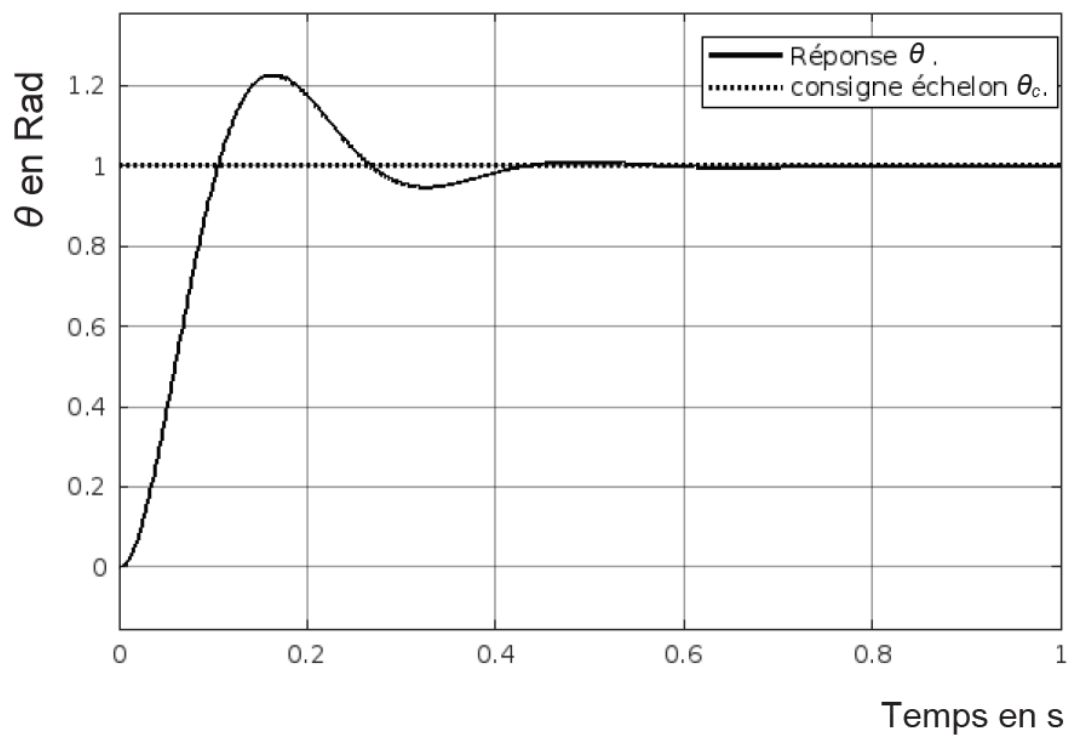
Question 3.



Question 5.



Question 9.



Question 11.

