

DS MPSI1, novembre 2025, durée 1h

Exercice 1.

1. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$3 \frac{ds(t)}{dt} + 9.s(t) = 7.e(t)$$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à un échelon unitaire.

2. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 14 \frac{ds(t)}{dt} + 65.s(t) = 3 \frac{de(t)}{dt} + 21.e(t)$$

Question

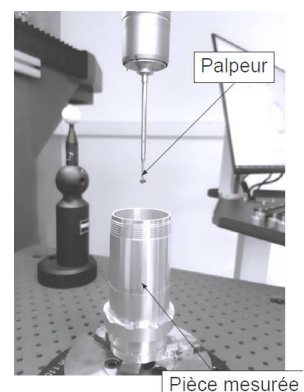
Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à une impulsion.

Tableau des Transformées de Laplace usuelles.

Domaine temporel	Domaine de Laplace	Domaine temporel	Domaine de Laplace
$\delta(t)$	1	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Exercice 2. MMT (CCINP 25)

Une Machine à Mesurer Tridimensionnelle (MMT) est un appareil qui permet de mesurer la géométrie d'une pièce mécanique. Les MMT utilisent un système de palpation sur trois axes pour mesurer la position de points discrets sur les surfaces de la pièce. Chaque axe est doté d'un capteur qui mesure la position du palpeur. Cette mesure est enregistrée lorsque le palpeur entre en contact avec la pièce. Ces points forment alors un nuage de points, image de la surface que les utilisateurs souhaitent mesurer.

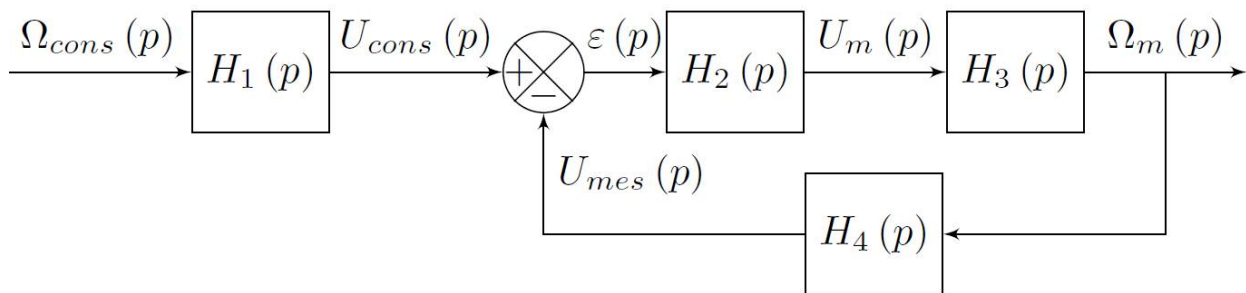
**Étude de la chaîne de puissance de l'axe X**

L'axe X est asservie en vitesse de rotation de l'arbre moteur et ainsi qu'en position du palpeur. Les critères associés à cette exigence, pour une entrée échelon de 100 rad/s, sont :

- ✓ Erreur statique inférieure ou égale à 10rad/s
- ✓ Temps de réponse inférieur à 0,5s
- ✓ Aucun dépassement.

Analyse de la structure de la boucle d'asservissement

La structure de la boucle d'asservissement en vitesse est représentée par le schéma-blocs de la figure suivante :



Une génératrice tachymétrique montée directement sur l'arbre moteur mesure la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ de l'axe moteur. L'information $u_{mes}(t)$ est comparée à une valeur de consigne $u_{cons}(t)$ issue d'un adaptateur et correspondant à une consigne $\omega_{cons}(t)$ de vitesse à atteindre. Le correcteur associé à carte de puissance utilise cet écart de tension $\varepsilon(t)$ afin d'adapter la tension du moteur $u_m(t)$.

Question 1

Parmi les fonctions de transfert du schéma-blocs, indiquer celle qui correspond à la carte de puissance, à la génératrice tachymétrique, à l'adaptateur, puis au moteur. Donner et justifier la relation entre $H_1(p)$ et $H_4(p)$.

Modélisation du moteur à courant continu Hypothèses et notations :

La motorisation de l'axe est réalisée à l'aide d'un moteur électrique à courant continu dont le comportement peut être modélisé par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 u_m(t) &= R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + e(t) & C_m(t) &= k_c.i(t) \\
 J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} &= C_m(t) & e(t) &= k_e.\omega_m(t)
 \end{aligned}$$

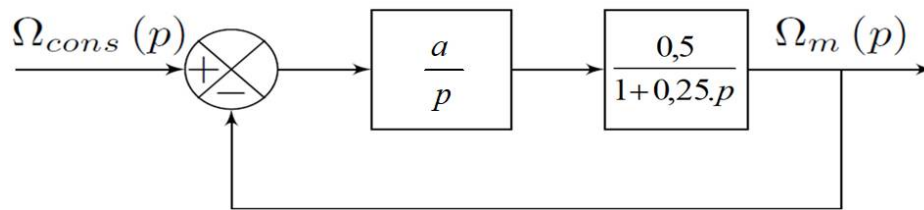
Questions.

2. Déterminer les transformées de Laplace des équations du moteur et compléter le schéma bloc du document réponses.

3. Calculer $H_3(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$, la mettre sous la forme $H_3(p) = \frac{K_m}{1 + a_1.p + a_2.p^2}$

Conception du correcteur de la boucle d'asservissement en vitesse

La structure de la boucle d'asservissement en vitesse peut aussi se modéliser par le schéma blocs de la figure suivante où a est le gain du correcteur intégral.



Question.

4. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cons}(p)}$.

La mettre sous forme canonique $\frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2.z}{\omega_0}.p + 1}$ et calculer ses paramètres caractéristiques.

5. Déterminer le gain a afin d'avoir le temps de réponse le plus rapide sans dépassement

En déduire les performances de cet asservissement sachant que l'on a alors $\omega_0.t_{5\%} = 5$.

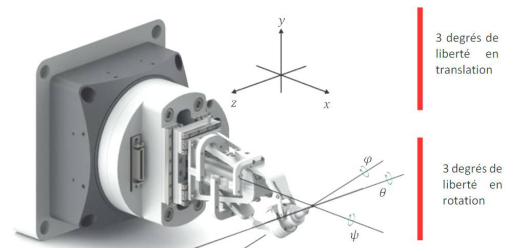
Tracer l'allure de la réponse à un échelon unitaire.

Exercice 3.

La cristallographie par rayons X ou radiocristallographie est une méthode d'analyse de la matière qui consiste à analyser la diffraction d'un faisceau lumineux par un échantillon cristallin. Ce procédé est très utilisé en biologie pour déterminer la structure des molécules du vivant.

Le positionnement de l'échantillon doit être très précis : il est réalisé par un équipement appelé goniomètre et correspond à une structure robotique à 6 mobilités.

Le goniomètre étudié permet de positionner l'échantillon au centre du faisceau de rayons X, et d'orienter l'échantillon dans l'espace, ce qui nécessite le pilotage de 3 angles d'orientation. Ainsi la pièce qui porte l'échantillon à étudier possède 6 degrés de liberté par rapport au bâti.



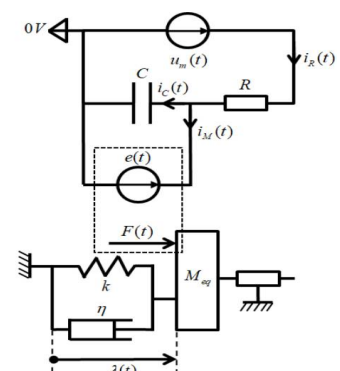
On donne dans le document réponses le diagramme de blocs internes.

Question.

1. A l'aide du diagramme de blocs internes, compléter sur le document réponses la chaîne de puissance du goniomètre SmarGon, relative à la rotation d'angle.

L'actionneur installé sur le goniomètre SmarGon est un actionneur linéaire piézoélectrique pas-à-pas. Chaque pas de déplacement est créé en utilisant le principe inverse de l'effet piézoélectrique. Sous l'effet d'un champ électrique d'excitation, le matériau piézoélectrique répond par une déformation utilisée pour créer un petit déplacement.

Pour information, le modèle électro-mécanique est représenté sur la figure suivante.



Modèle de connaissance

On donne les équations de fonctionnement suivantes (équations électrique et mécanique) :

$$u_m(t) = a_0 \cdot F(t) + a_1 \cdot \frac{dF(t)}{dt} + a_2 \cdot v(t)$$

$$m \frac{dv(t)}{dt} = F(t) - a_3 \cdot \lambda(t) - a_4 \cdot \frac{d\lambda(t)}{dt} \quad \text{de plus on a} \quad v(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$$

$F(t)$: force exercée par l'actionneur linéaire sur la masse équivalente m .

$u_m(t)$: Tension d'alimentation $\lambda(t)$ et $v(t)$: position et vitesse de l'actionneur.

On donne dans le document réponses le schéma bloc de l'actionneur.

Questions.

2. Compléter le schéma-blocs du document-réponse en indiquant les fonctions de transfert

des blocs, sachant que l'on impose pour le bloc 4 : $H_4(p) = \frac{1}{m \cdot p}$.

3. Calculer $H_6(p) = \frac{V(p)}{F(p)}$.

4. Calculer $H_7(p) = \frac{\lambda(p)}{U_m(p)}$, sous la forme $H_7(p) = \frac{1}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + b_3 \cdot p^3}$.

5. En déduire $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t)$ lorsque l'on sollicite le système avec un échelon unitaire.

Vérification des performances.

L'actionneur linéaire piézo-électrique doit être piloté de façon à assurer un déplacement le plus précis possible. La courbe du document réponses représente les résultats d'une simulation numérique en appliquant un échelon de tension de commande de 10 V à l'actionneur linéaire. Elle indique l'évolution temporelle de la position de l'organe terminal de positionnement.

On donne les performances exigées par le cahier des charges :

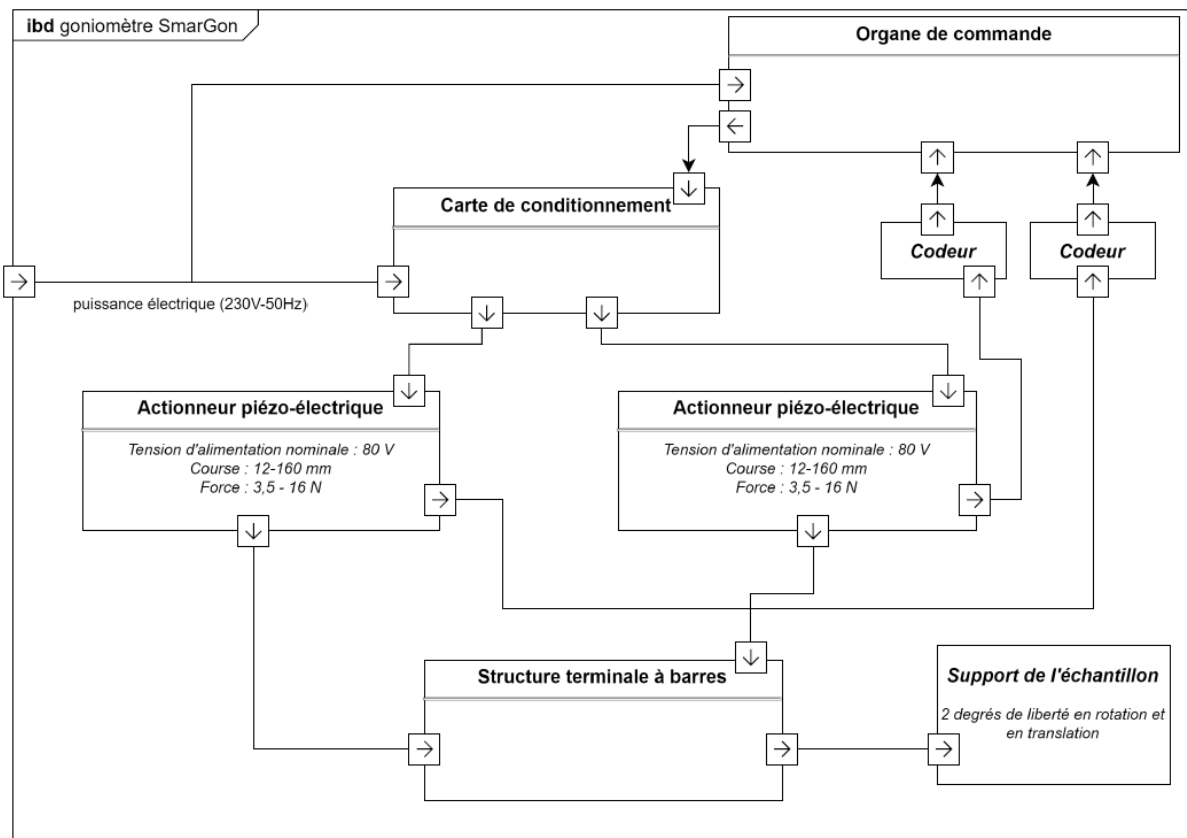
Performances	Critères	Niveau
Stabilité	Dépassement	< 2%
Précision	Déplacement par échelon	Inférieur à 10^{-5} degrés
Rapidité	Temps de réponse à 5%	Inférieur à 1,2 ms

Question.

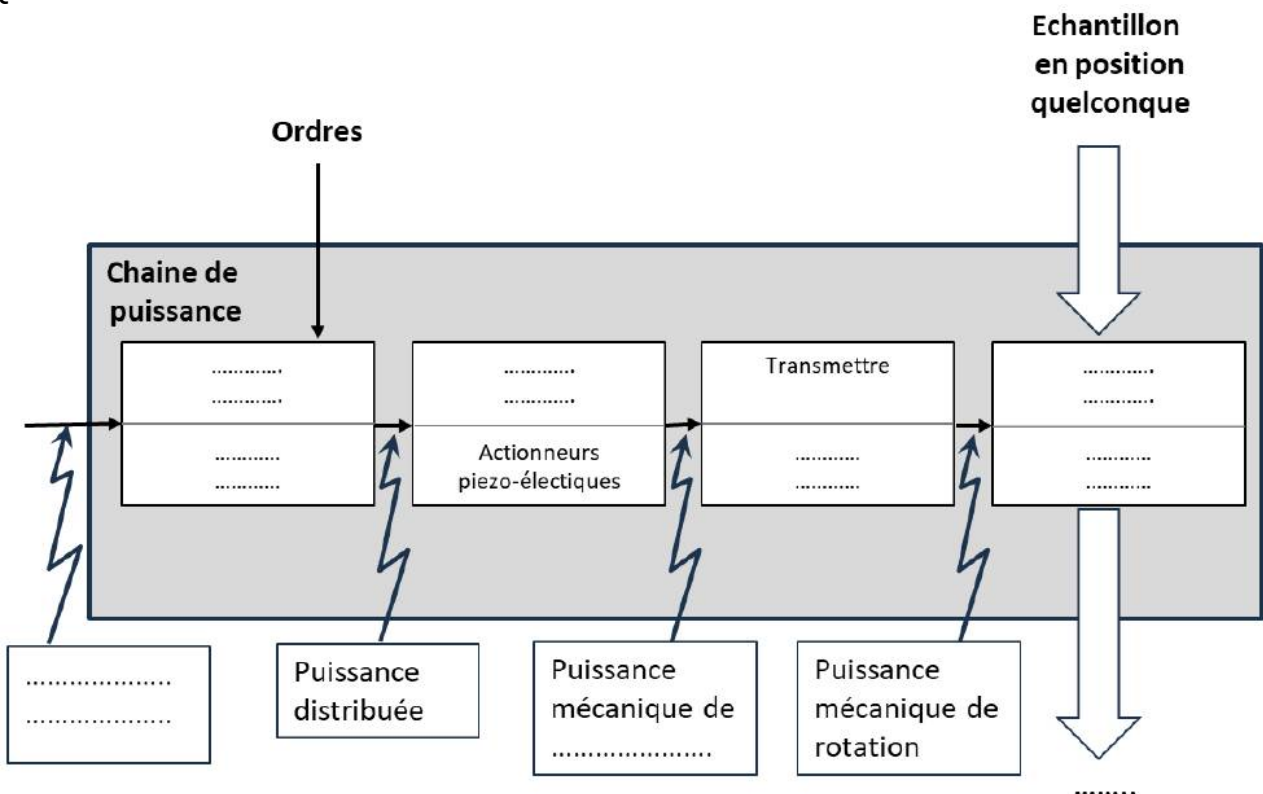
6. Indiquer sur le document-réponse la valeur finale ainsi que le temps de réponse à 5%. Vérifier les exigences cahier des charges.

DS MPSI1, novembre 2025, document réponses

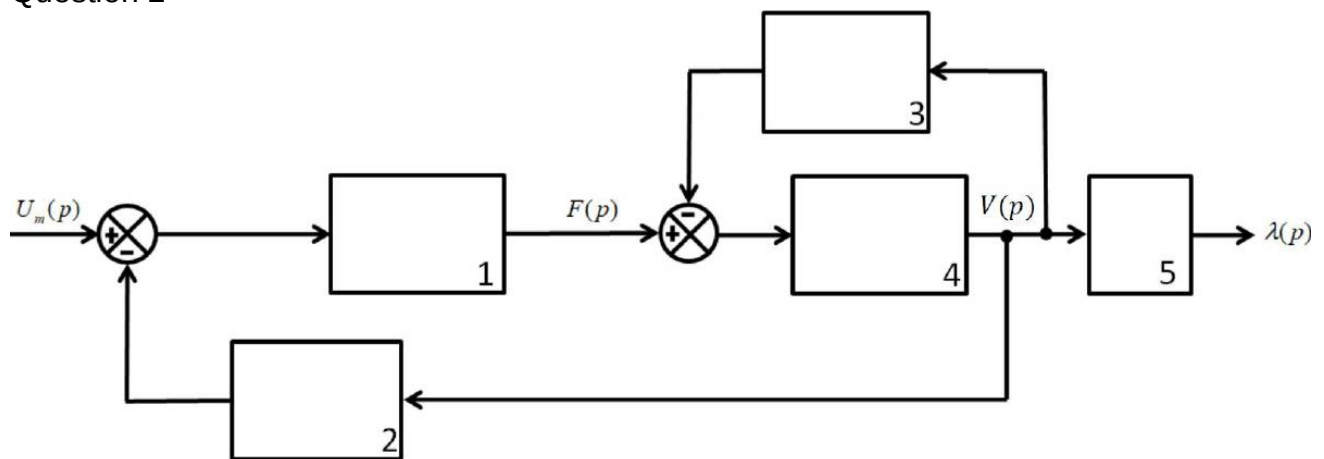
Exercice 3. Diagramme de blocs internes.



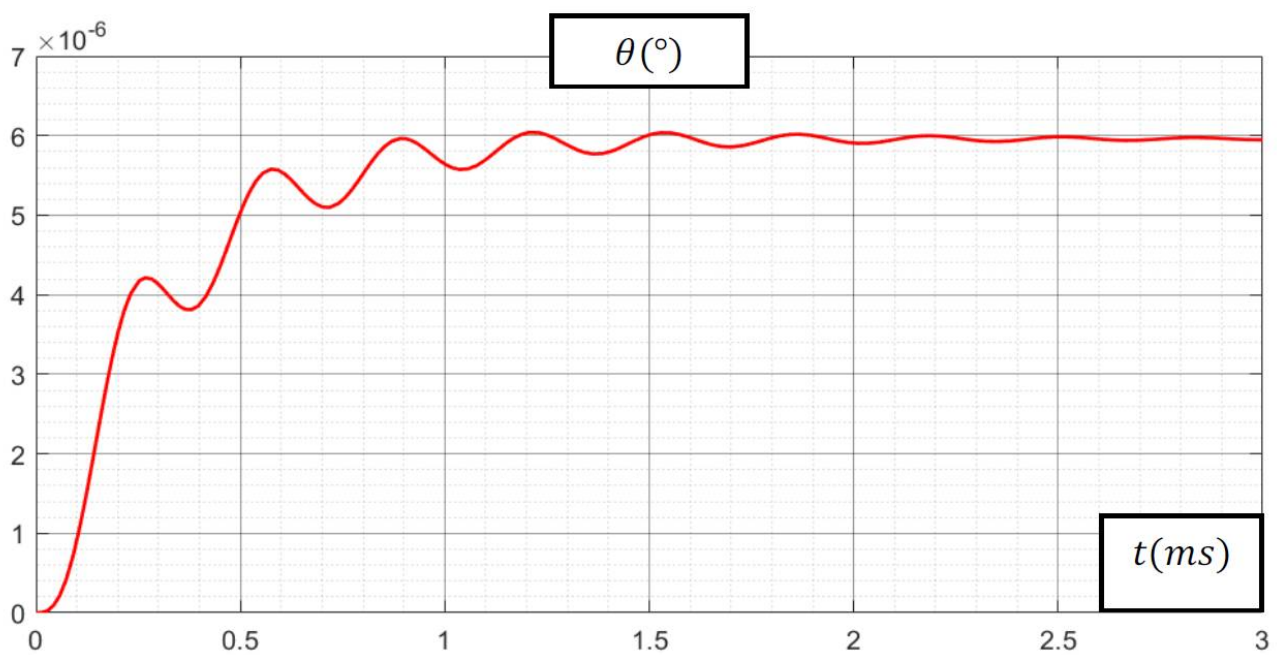
Question 1



Question 2



Question 6



Exercice 2.

