

DS2 MPSI novembre 2025

Durée : 2 heures

Exercice : Robot delta 2 axes

On donne dans le document réponses, le schéma bloc de l'asservissement en position d'un robot delta.



On donne l'équation de fonctionnement du moteur : $\tau \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = K_1 \cdot u_m(t)$

On rappel que la vitesse est la dérivée de la position : $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$

Le correcteur possède une anticipation de vitesse : $u_m(t) = K_3 \cdot \varepsilon(t) + K_4 \cdot \frac{d\theta_c(t)}{dt}$

Questions

1. Compléter les blocs manquants du schéma bloc du document réponses.
2. Déterminer la Fonction de Transfert à Boucle Fermée FTBF.

Problème 1 Robot Sphero (Centrale MP 2018).

Une nouvelle génération de robots à mobilité non conventionnelle a vu le jour avec la conception de robots en forme de sphère. Ces robots commencent à être utilisés dans des environnements difficiles (centrale nucléaire, terrain irrégulier) pour des missions d'inspection et de surveillance. Ce type de robot est aussi présent dans l'industrie du divertissement.

C'est le cas du robot Sphero créé par la société « Orbotix ». Crée pour le loisir et l'éducation, le robot Sphero roule sur lui-même pour se déplacer. Une base robotique appelée module interne munie de deux roues motrices indépendantes de même axe est placée dans une sphère (le corps du robot) qui sert de liaison au sol et permet le déplacement. Le Sphero est commandé par un smartphone.



Module interne

Corps sphérique

Sphero

Même si les consignes de l'utilisateur correspondent au comportement attendu du Sphero (cap et vitesse du corps sphérique), c'est en réalité le module interne que l'utilisateur commande grâce à son smartphone.

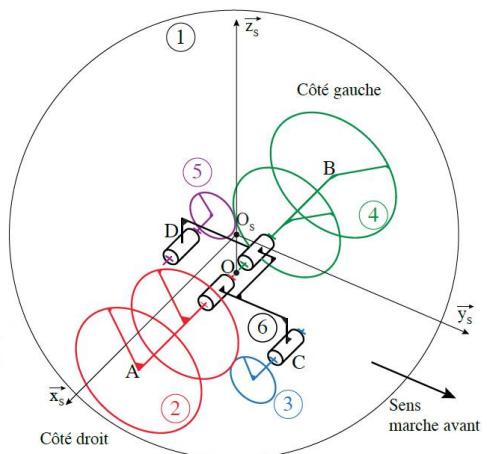
Le principe de déplacement du Sphero peut être comparé à celui d'une roue de hamster : quand l'animal court à l'intérieur, il déplace le centre de gravité du système, ce qui fait tourner la roue. Ainsi, les deux roues motrices du module interne créent le roulement du corps sphérique du Sphero.

Architecture détaillée du robot Sphero

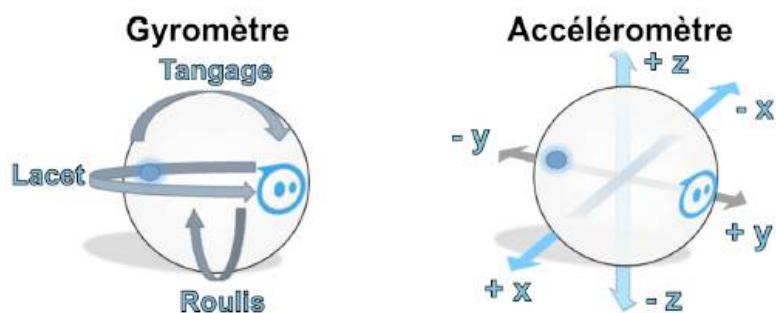
La composition du robot est fournie par le diagramme de définition des blocs donné en annexe.

L'avance et l'orientation du robot sont créées par le module interne qui possède deux blocs de motorisation identiques et indépendants (comprenant chacun en particulier une roue motrice et un moteur).

Le module interne est également équipé d'une centrale inertie composée d'un magnétomètre (mesure du champ magnétique terrestre), d'un accéléromètre numérique ainsi que d'un gyromètre (mesure des vitesses de rotation autour de trois axes) permettant d'acquérir les informations.

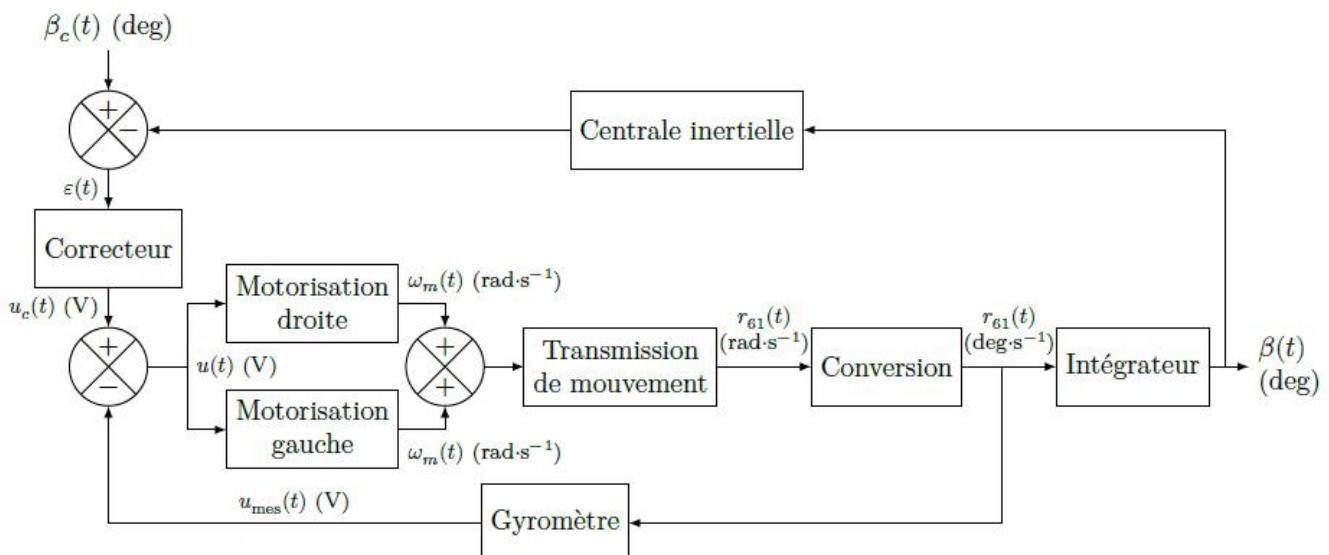


- Q1.** Compléter sur la figure du document réponse la description chaîne d'information / chaîne d'énergie du robot Sphero.



Commande en lacet du module interne

L'objectif est maintenant d'évaluer les performances de la commande en lacet du module interne. La commande en lacet du module interne est décrite figure suivante.



Données

- ✓ La centrale inertielle est modélisée par un gain unité.
 - ✓ La fonction de transfert du correcteur est notée $C(p)$.
 - ✓ La sensibilité du gyromètre est $K_G = 0,028 \text{ V.s.deg}^{-1}$.
 - ✓ Les blocs motorisation (ensemble hacheur + moteur) ont la même fonction de transfert
- $$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$
- ✓ Le gain de la transmission de mouvement est : $\lambda = 0,074$.

Etude du bloc motorisation

On donne dans le document réponses, la réponse du moteur droit à un échelon d'entrée $u(t) = 1 \text{ V}$. Le bloc gauche possède la même réponse.

Q2. En déduire les valeurs numériques de K_m et τ_m en indiquant sur le document réponses vos constructions.

Etude de l'asservissement en position

Q3. En se plaçant dans le domaine de Laplace, compléter sur la figure du document réponse le schéma blocs de l'asservissement de l'angle de lacet du module interne.

Q4. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{R_{61}(p)}{U(p)}$.

La mettre sous forme canonique : $H_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_m \cdot p}$.

Exprimer K_1 , faire l'application numérique et préciser ses unités.

Quelque soit les résultats précédents, on prend $K_1 = 7 \text{ d}^\circ \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ et $\tau_m = 0,13 \text{ s}$.

Dans cette première étude, on utilise une correction proportionnelle : $C(p) = C$.

Q5. Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{R_{61}(p)}{U_c(p)}$.

La mettre sous forme canonique : $H_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau_2 \cdot p}$,

Exprimer K_2 et τ_2 en fonction de K_1 , τ_m et K_G , faire l'application numérique.

Quelle est l'influence de la boucle de retour avec le gyromètre ?

Quelque soit les résultats précédents, on prend $K_2 = 6,4 \text{ } d^\circ.s^{-1}.V^{-1}$ et $\tau_2 = 0,12 \text{ s}$.

Q6. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_3(p) = \frac{\beta(p)}{\varepsilon(p)}$.

Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_4(p) = \frac{\beta(p)}{\beta_c(p)}$.

La mettre sous forme canonique $H_4(p) = \frac{K_4}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2.z}{\omega_0}.p + 1}$.

Déterminer ses coefficients caractéristiques en fonction de K_2 , τ_2 et C .

On donne les exigences suivantes :

Performance	Critère	Niveau
Précision angulaire	Erreur en position en régime permanent	Nulle pour une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5%	$tr_{5\%} \leq 0,3 \text{ s}$
Stabilité	Dépassement	aucun

Q7. Déterminer la valeur de C afin d'avoir le temps de réponse le plus rapide sans dépassement.

Dans ce cas, on a $t_{5\%} \cdot \omega_0 = 5$, en déduire le temps de réponse.

Conclure sur le respect des performances de l'asservissement.

Tracer l'allure de la réponse à un échelon unitaire.

Optimisation de la commande en lacet

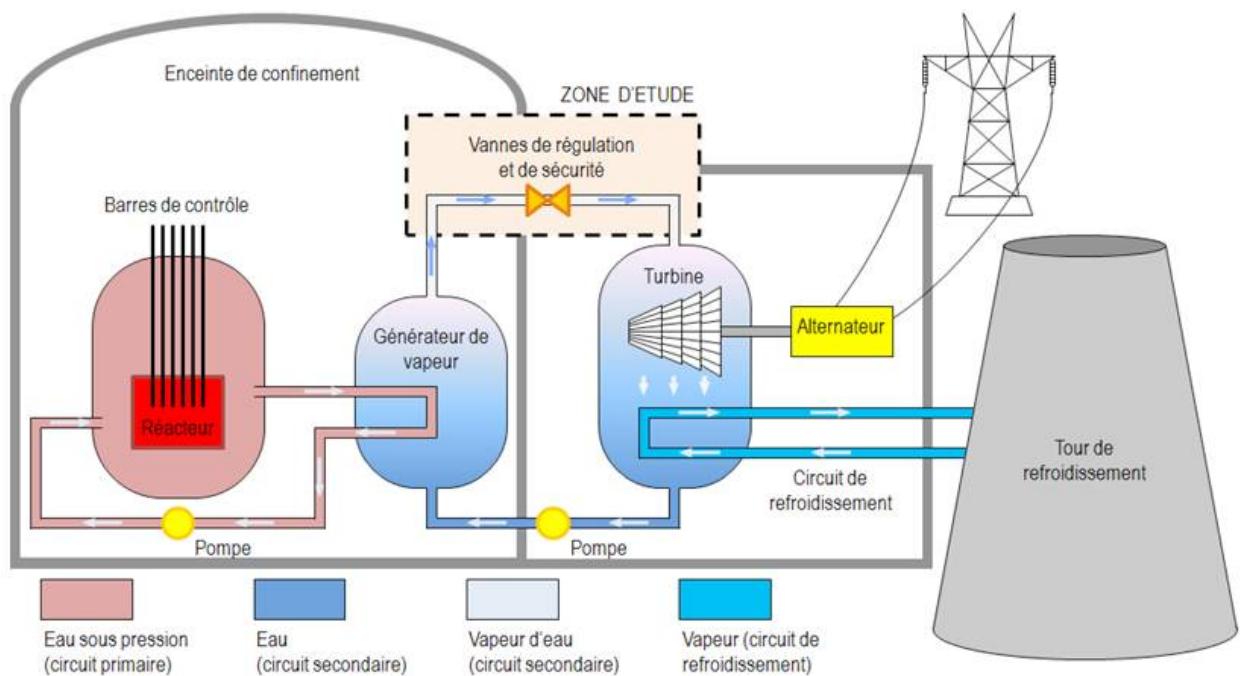
Afin que la commande permette le respect des critères de performance attendus, un correcteur à avance de phase est implanté dans la chaîne de commande en lacet du Sphero.

La figure donnée dans le document réponses représente le comportement en lacet du module interne pour un essai indiciel $\beta_c(t) = 10 \text{ deg}$.

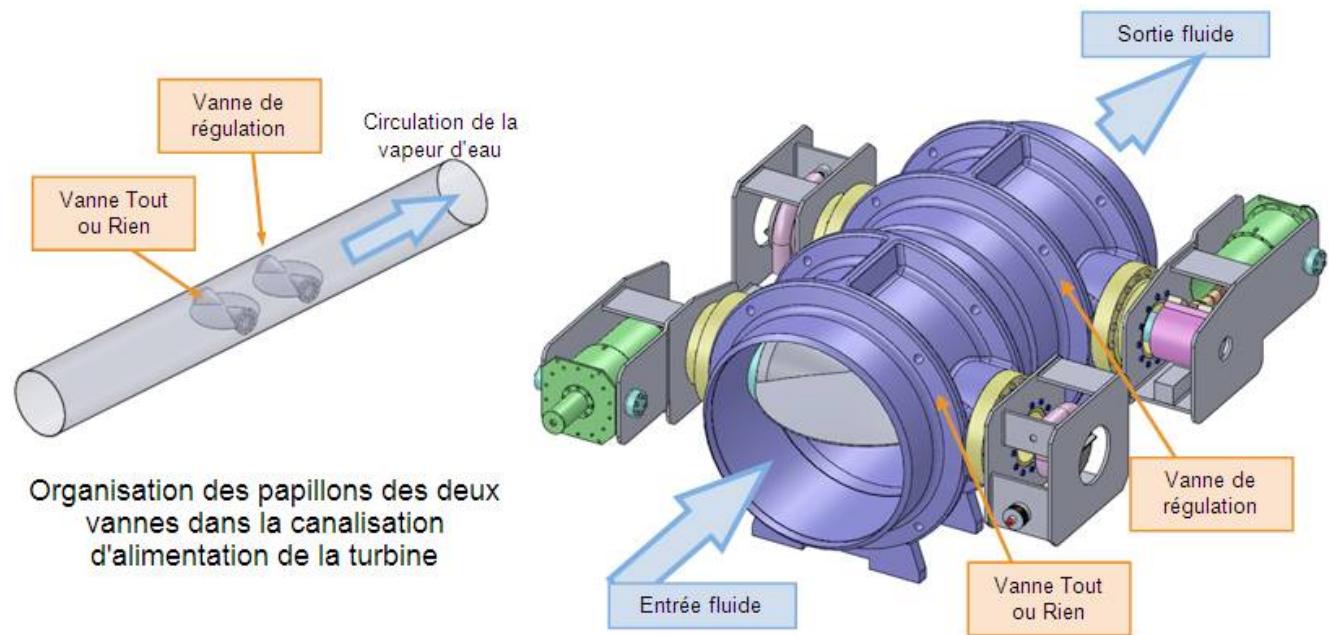
Q8. Conclure sur les performances du système de commande en lacet du module interne une fois la correction appliquée.

Problème 2. Régulation d'un GTA (Groupe Turbo-Alternateur) (E3A MP 2017)

Une centrale nucléaire contient plusieurs transformations d'énergie. Il faut en effet transformer l'énergie thermique de la vapeur d'eau du circuit secondaire en énergie mécanique de rotation de la turbine. La zone d'étude se limite à la vanne de régulation.



La vanne de régulation permet de réguler le débit de vapeur et donc la fréquence de rotation de la turbine.



Asservissement en position de la vanne de régulation.

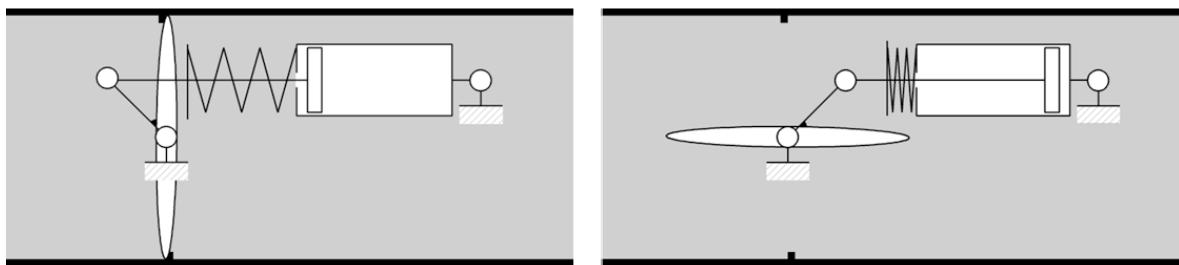
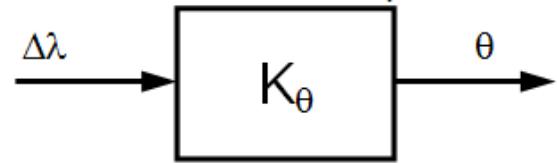
Le débit de vapeur alimentant la turbine est piloté par une vanne « quart de tour » dont la position angulaire est asservie.

L'objectif de cette partie est de vérifier les exigences du cahier des charges suivantes :

- ✓ Le temps de réponse à 5% de la vanne doit être inférieur à 2s.
- ✓ L'écart statique de position de la vanne doit être nul pour une entrée de type échelon.

Etude géométrique de la vanne

La vanne est mise en rotation par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique dont le débit d'alimentation est contrôlé par une électrovanne.



On donne dans le document réponses une simulation numérique du fonctionnement du mécanisme qui représente l'évolution du paramètre λ (translation du vérin) en fonction de l'angle θ (rotation de la vanne).

- Q1** Identifier la valeur numérique du gain K_θ tel que $\theta = K_\theta \cdot \Delta\lambda$ fournissant le modèle linéarisé du mécanisme d'ouverture, exprimer K_θ en $d^\circ \cdot mm^{-1}$ puis en $rad \cdot m^{-1}$. Faire apparaître vos constructions sur le document réponses.

Modèle simplifié du comportement de l'asservissement de la vanne

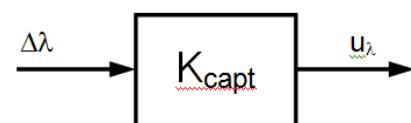
Le vérin est alimenté par une électrovanne d'entrée tension $u(t)$ et de sortie débit $q(t)$ dont le comportement est modélisé par un gain pur de valeur K_{ev} .

$$\text{La section utile du vérin est notée } S, \text{ on a : } q(t) = S \cdot \frac{d\Delta\lambda}{dt}$$

- Q2** Déterminer la fonction de transfert du vérin, notée $H_V(p)$ du vérin entre le débit d'alimentation $Q(p)$ et la variation $\Delta\lambda(p)$ de la tige du vérin.

La mesure de l'angle $\theta(p)$ n'est pas réalisée directement, un potentiomètre rectiligne mesure le déplacement de la tige du vérin. Ce capteur de gain K_{capt} délivre une tension $u_\lambda(t)$ image de la position définie par $\Delta\lambda(t)$.

Le potentiomètre a un comportement linéaire, la tension est proportionnel au déplacement. Il délivre une tension de 24 V lorsque le déplacement est de 200 mm.



- Q3** Déterminer la valeur numérique du gain pur du potentiomètre K_{capt} en $V \cdot m^{-1}$.

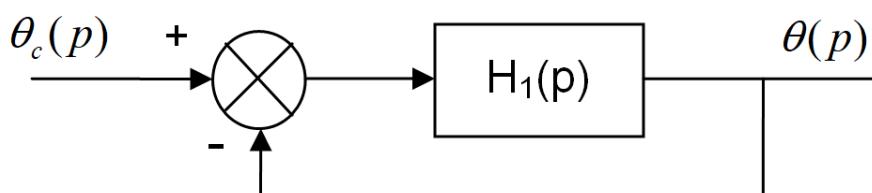
Un bloc adaptateur de gain K_a transforme la consigne angulaire $\theta_c(t)$ (exprimée en radian) en une tension $u_c(t)$.

Un correcteur + variateur de gain pur C amplifie l'écart \mathcal{E} entre la tension de consigne $u_c(t)$ et la tension issue du capteur pour alimenter l'électrovanne avec la tension $u(t)$.

Q4 Construire le schéma-bloc du système avec l'entrée $\theta_c(p)$ et la sortie $\theta(p)$.
Préciser la fonction de transfert de chaque bloc sous forme littérale.

Q5 Déterminer le gain de l'adaptateur K_a afin d'avoir une erreur nulle lorsque la sortie est égale à l'entrée.

Q6 Mettre ce schéma bloc sous la forme d'un schéma bloc à retour unitaire c'est-à-dire sous la forme suivante :



Donner la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte $H_1(p)$.

La mettre sous la forme : $H_1(p) = \frac{C \cdot K_1}{p}$.

Exprimer K_1 en fonction de K_{capt} , K_{ev} et S .

On donne $S = 0,01 \text{ m}^2$ et $K_{ev} = 0,01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, faire l'application numérique.

Pour la suite du problème, on considère $H_1(p) = C \cdot \frac{120}{p}$.

On rappelle les exigences du cahier des charges :

- ✓ Temps de réponse à 5% inférieur à 2s.
- ✓ Ecart statique de position nul pour une entrée de type échelon.

Q7 Donner la Fonction de Transfert en Boucle fermée $H_2(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$.

La mettre sous forme canonique : $H_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau_2 \cdot p}$

Déterminer la valeur numérique de C permettant de vérifier les exigences de rapidité.

Donner la précision de cet asservissement.

Tracer l'allure de la réponse à un échelon unitaire.

Modèle affiné du comportement de la vanne

On choisit d'améliorer la représentativité du modèle en réalisant un essai sur l'électrovanne seule. On impose un échelon de tension de **10V** et on mesure l'évolution du débit en sortie (en m^3/s). La réponse temporelle est fournie dans le document réponses.

Q8 Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de

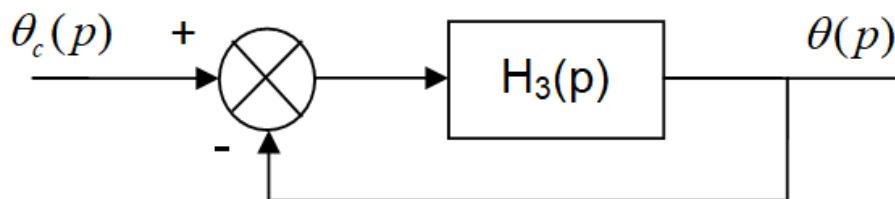
l'électrovanne : $H_{ev}(p) = \frac{K_{ev}}{1 + \tau_{ev} \cdot p}$ en indiquant sur le document réponses vos constructions.

Q9 Donner la nouvelle Fonction de Transfert en Boucle Ouverte $H_3(p)$.

La mettre sous la forme $H_3(p) = \frac{C \cdot K_3}{p \cdot (1 + \tau_{ev} \cdot p)}$

Exprimer K_3 en fonction de K_{capt} , K_{ev} et S . Faire l'application numérique.

Quel que soit le résultat précédent, on admet que $H_3(p) = \frac{126 \cdot C}{p \cdot (1 + 0,02 \cdot p)}$.



Q10 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_4(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$.

$$H_4(p) = \frac{K_4}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} \cdot p + 1}$$

La mettre sous la forme canonique :

Donner ses paramètres caractéristiques.

Q11 Déterminer la valeur de C afin d'avoir le temps de réponse le plus rapide avec dépassement.

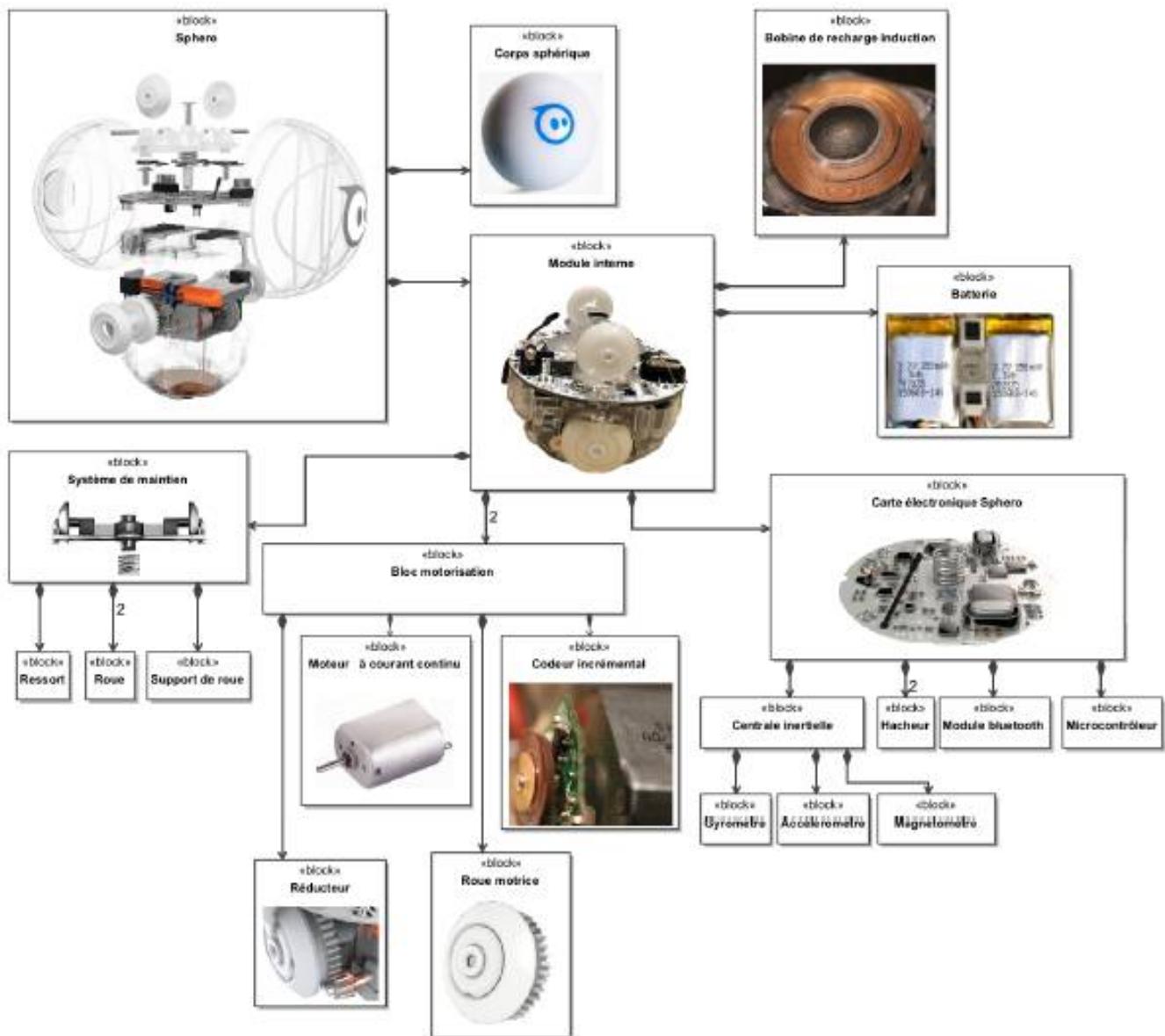
En déduire le temps de réponse sachant que l'on a : $t_{5\%} \cdot \omega_0 = 3$.

Tracer l'allure de la réponse à un échelon unitaire.

Conclure sur les performances de l'asservissement.

DS MPSI, novembre 25, annexe Robot Sphero.

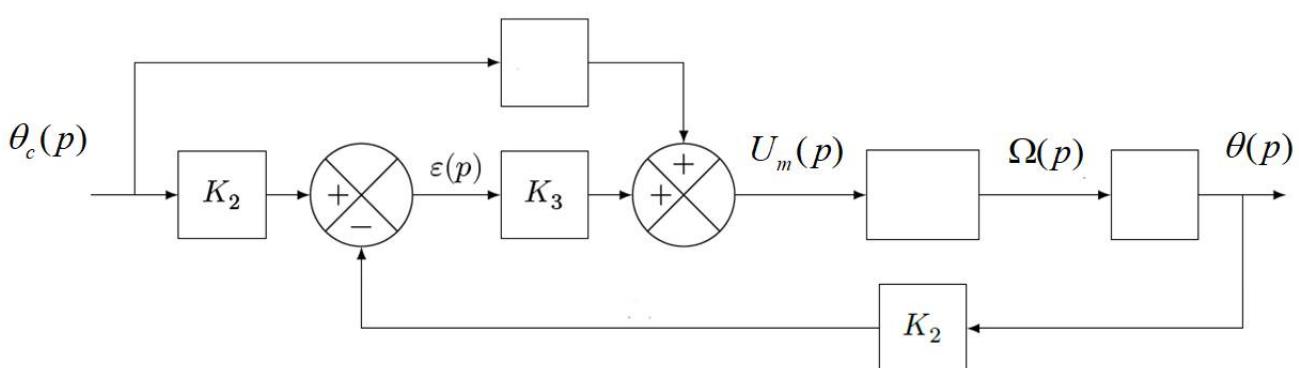
Diagramme de définition des blocs.



DS MPSI, novembre 25, document réponses.

Exercice

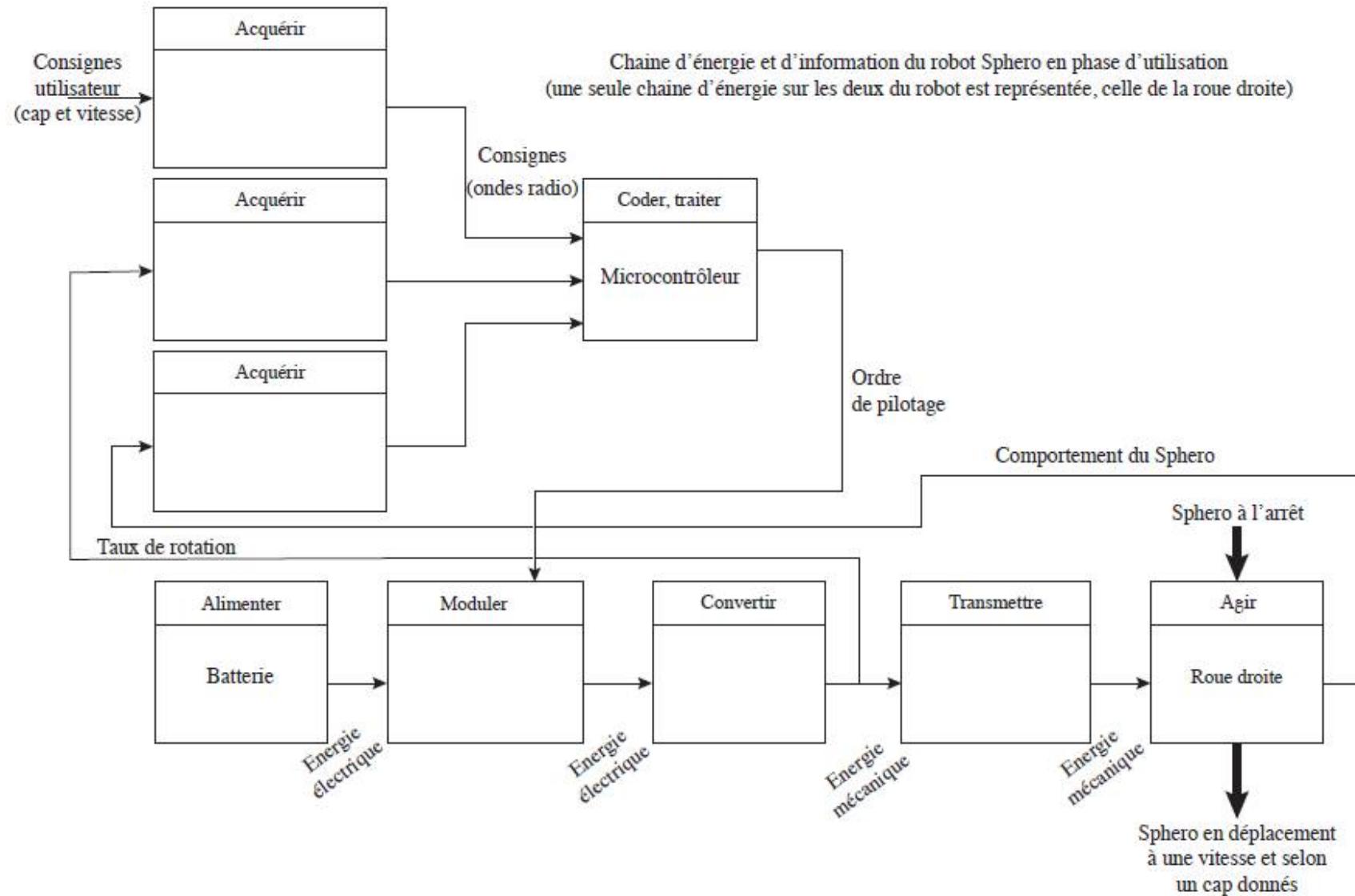
Robot delta 2 axes



DS MPSI, novembre 25, document réponses.

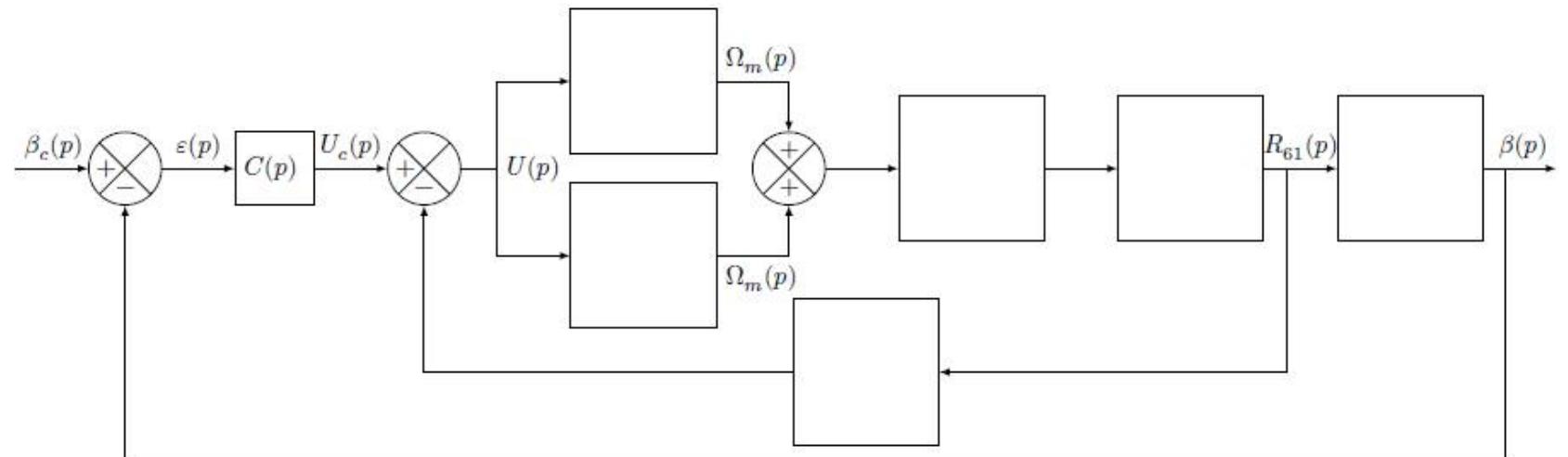
Question 1

Robot Sphéro



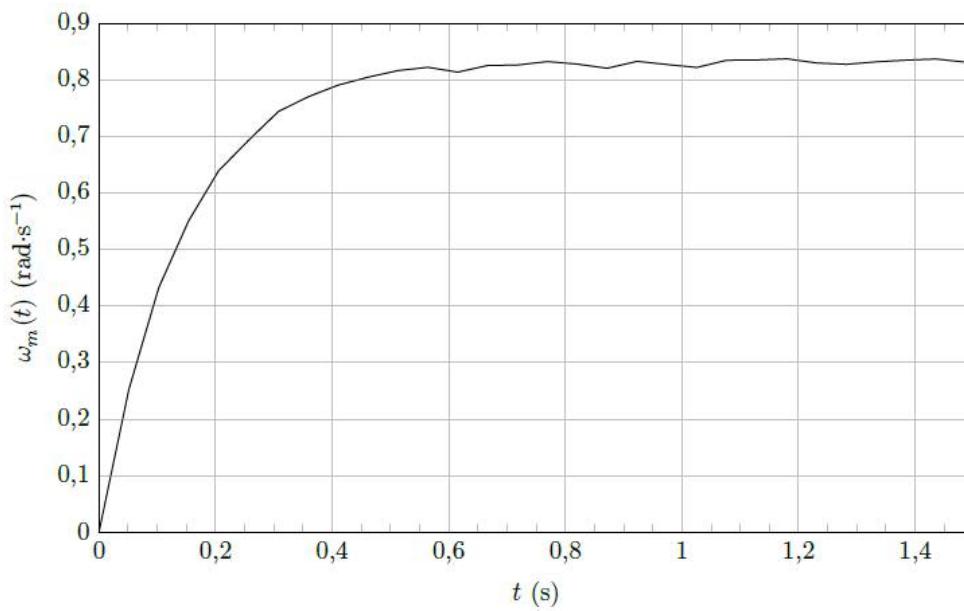
Question 3

Robot Sphéro



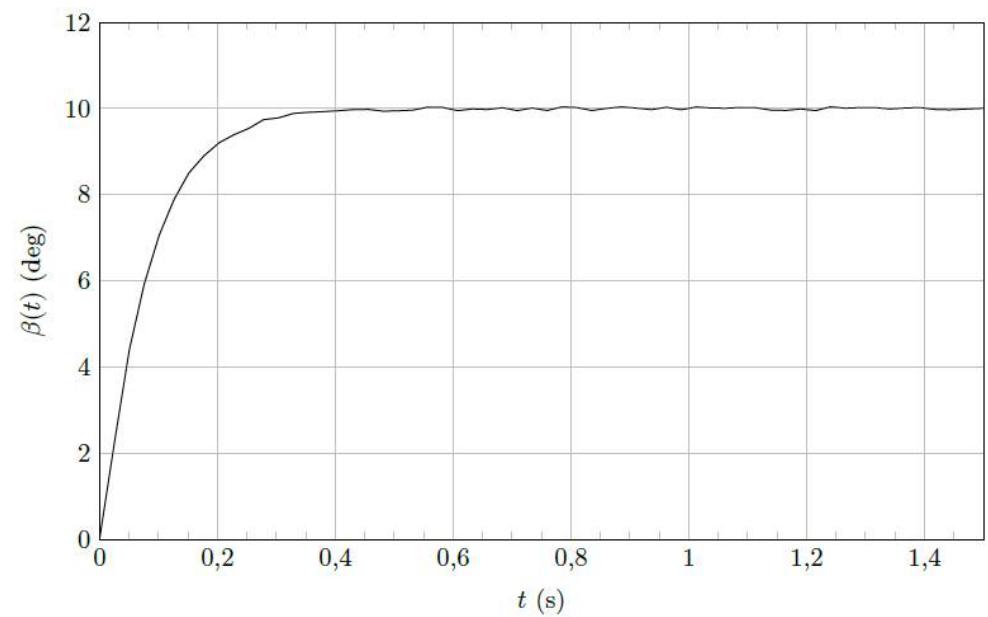
Question 2

Robot Sphéro



Question 8

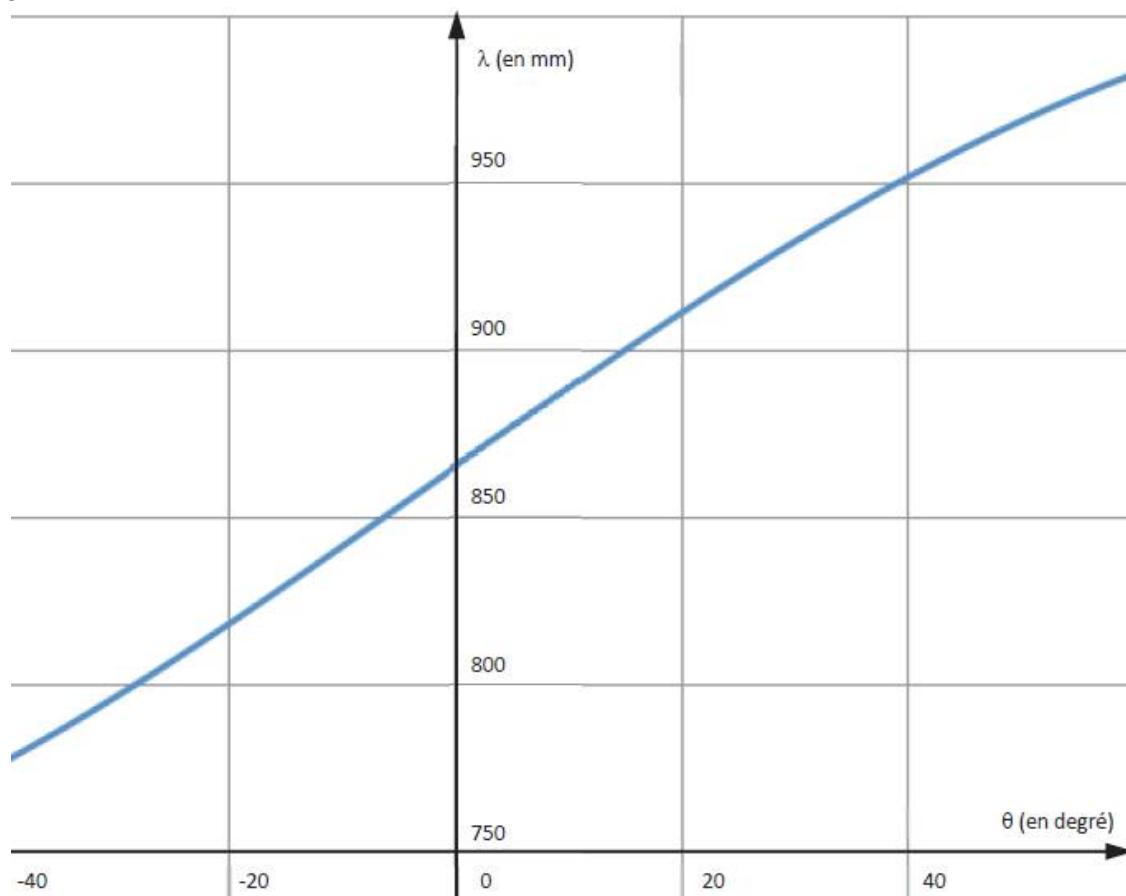
Robot Sphéro



Problème 2.

Régulation d'un GTA (E3A MP 2017)

Question 1



Question 8

