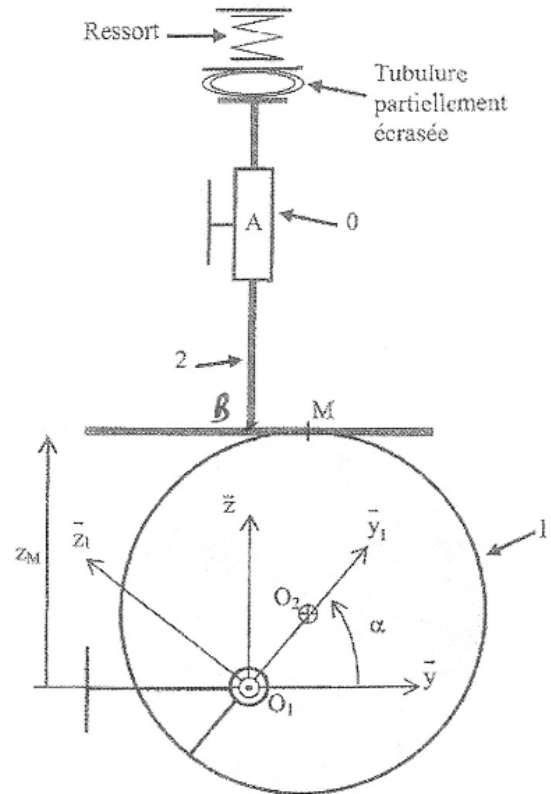
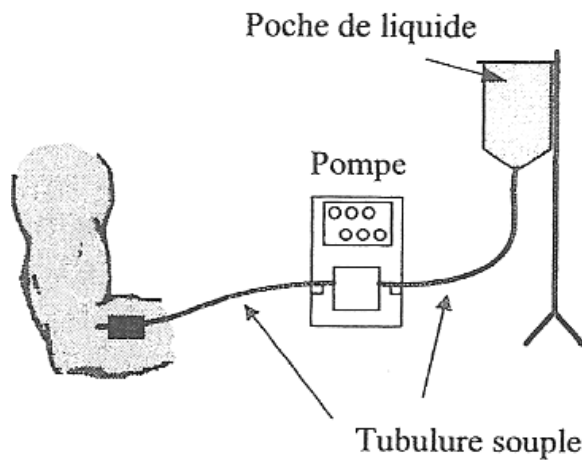


# Corrigé TD Cinématique 4 : Contact entre 2 solides

## Exercice 1 Pompe « Medicare »



$$\vec{V}(M \in 2/1) = \vec{V}(M \in 2/0) + \vec{V}(M \in 0/1)$$

$$\vec{V}(M \in 2/0) = \vec{V}(B \in 2/0) + \vec{\Omega}(2/0) \wedge \overrightarrow{BM} = \dot{z} \cdot \vec{z}$$

$$\vec{V}(M \in 1/0) = \vec{V}(O_1 \in 1/0) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{O_1M} = \vec{0} + \dot{\alpha} \cdot \vec{x} \wedge (e \cdot \vec{y}_1 + R \cdot \vec{z})$$

$$\vec{V}(M \in 1/0) = e \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - R \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}$$

$$\vec{V}(M \in 2/1) = \dot{z} \cdot \vec{z} - e \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 + R \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}$$

$$\vec{z}_1 = -\sin \alpha \cdot \vec{y} + \cos \alpha \cdot \vec{z}$$

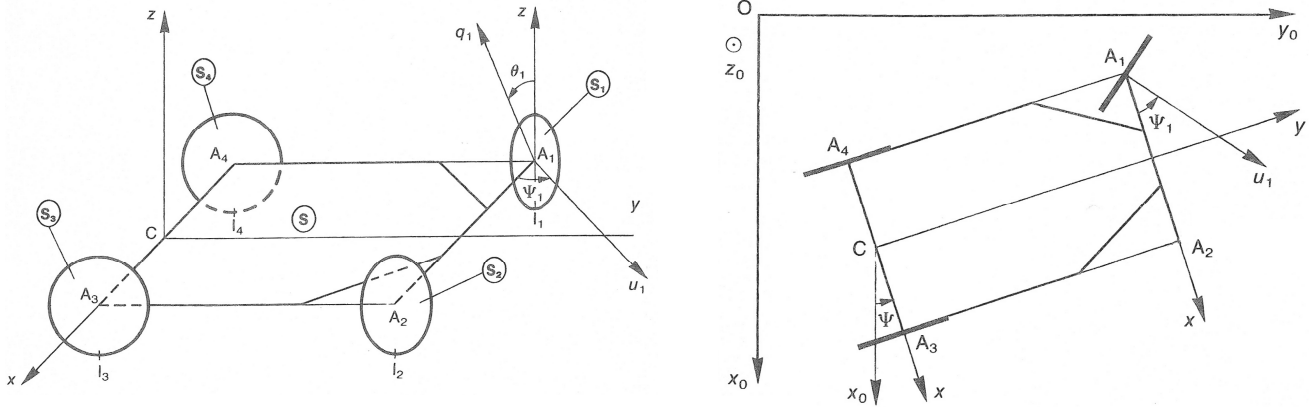
$$\vec{V}(M \in 2/1) = (e \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha + R \cdot \dot{\alpha}) \cdot \vec{y} + (\dot{z} - e \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha) \cdot \vec{z}$$

La vitesse de glissement est dans la direction  $\vec{y} \Rightarrow \dot{z} = e \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha$

$$\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(1/0) \\ \vec{V}(O \in 1/0) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O \quad \{V_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(2/0) \\ \vec{V}(B \in 2/0) \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{z} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_B$$

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(2/1) \\ \vec{V}(M \in 2/1) \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} -\dot{\alpha} \cdot \vec{x} \\ -\dot{\lambda} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}_M$$

## Exercice 2 Véhicule à 4 roues



- $I$  est l'intersection des droites  $(A_1, \vec{u}_1)$  et  $(C, \vec{x})$
- La roue (2) est perpendiculaire à  $(IA_2)$ .

$$\text{3. } \tan \psi_1 = \frac{l}{\rho - d} \qquad \tan \psi_2 = \frac{l}{\rho + d}$$

$$4. \quad \vec{V}(C \in S/R_0) = \vec{V}(I \in S/R_0) + \vec{\Omega}(S/R_0) \wedge \overrightarrow{IC}$$

$$V.\vec{y} = 0 + \dot{\psi}.\vec{z}_0 \wedge \rho.\vec{x} = \dot{\psi}.\rho.\vec{y} \qquad V = \dot{\psi}.\rho$$

- 5. Roulement sans glissement en  $I_1 \Rightarrow \vec{V}(I_1 \in 1/R_0) = \vec{0}$**

$$\vec{V}(I_1 \in 1/R_0) = \vec{V}(I_1 \in 1/S) + \vec{V}(I_1 \in S/R_0) = \vec{0}$$

$$\vec{V}(I_1 \in 1/S) = \vec{V}(A_1 \in 1/S) + \vec{\Omega}(1/S) \wedge \overrightarrow{AI_1} = \dot{\theta}_1 \cdot \vec{u}_1 \wedge (-r \cdot \vec{z}) = r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{v}$$

$$\vec{V}(I_1 \in S / R_0) = \vec{V}(I \in S / R_0) + \vec{\Omega}(S / R_0) \wedge \overrightarrow{II_1}$$

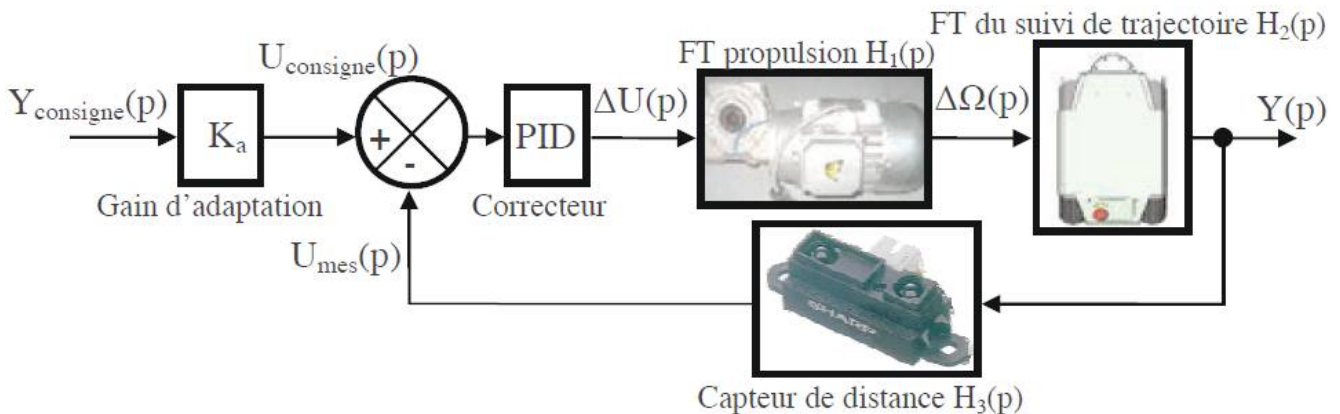
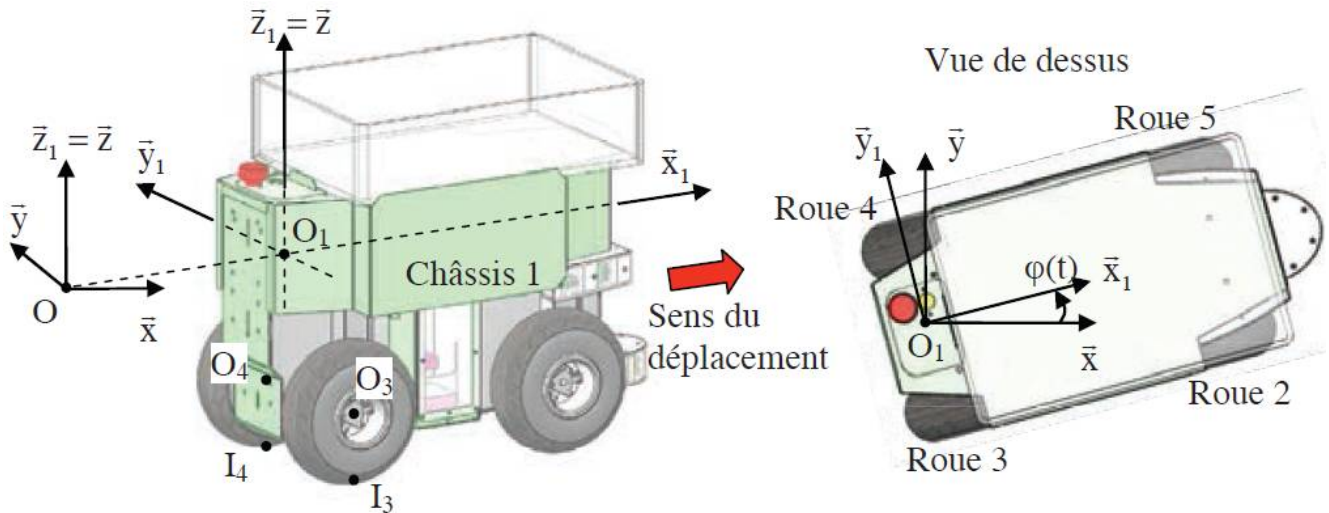
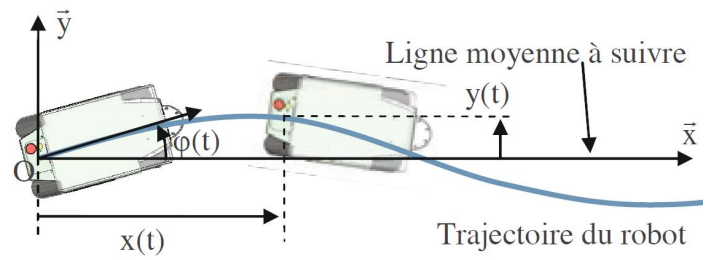
$$\vec{V}(I_1 \in S / R_0) = \psi.\vec{z} \wedge \vec{u}_1 \wedge (R_1.\vec{u}_1 - r.\vec{z}) = R_1.\psi.\vec{v}$$

$$\dot{\theta}_1.r = R_1.\dot{\psi} \qquad \dot{\theta}_1 = \frac{R_1.\dot{\psi}}{r}$$

6. De même  $\dot{\theta}_2 = \frac{R_2 \cdot \dot{\psi}}{r}$

⇒ en virage, les roues ne tournent pas à la même vitesse !!!

# Exercice 3 Robot de maraichage (CCP MP 2016)



## Question 1

En  $I_3$  la condition de roulement sans glissement entre la roue 3 et le sol s'écrit :

$$\vec{V}(I_3 \in \text{roue3} / \text{sol}) = \vec{0} \text{ et } \vec{\Omega}(\text{roue3} / \text{sol}) \cdot \vec{y}_3 \neq 0$$

Que l'on peut aussi écrire :  $\vec{V}(I_3 \in 3 / 0) = \vec{0} \text{ et } \vec{\Omega}(\text{roue3} / 0) \cdot \vec{y}_3 \neq 0$

$$\vec{V}(I_3 \in 3 / 0) = \vec{0} = \vec{V}(I_3 \in 3 / 1) + \vec{V}(I_3 \in 1 / 0)$$

$$\vec{V}(I_3 \in 3 / 0) = \vec{0} = \vec{V}(O_3 \in 3 / 1) + \vec{\Omega}(3 / 1) \wedge \overrightarrow{O_3 I_3} + \vec{V}(O_1 \in 1 / 0) + \vec{\Omega}(1 / 0) \wedge \overrightarrow{O_1 I_3}$$

$$\vec{0} = \vec{0} + \omega_d \vec{y}_1 \wedge (-r \vec{z}) + V \vec{x}_1 + \dot{\phi} \vec{z} + (-e \vec{y}_1 - h \vec{z} - r \vec{z})$$

$$-r \omega_d \vec{x}_1 + V \vec{x}_1 + e \dot{\phi} \vec{x}_1 = \vec{0}$$

En projection sur  $\vec{x}_1$  :  $-r \omega_d + V + e \dot{\phi} = 0$

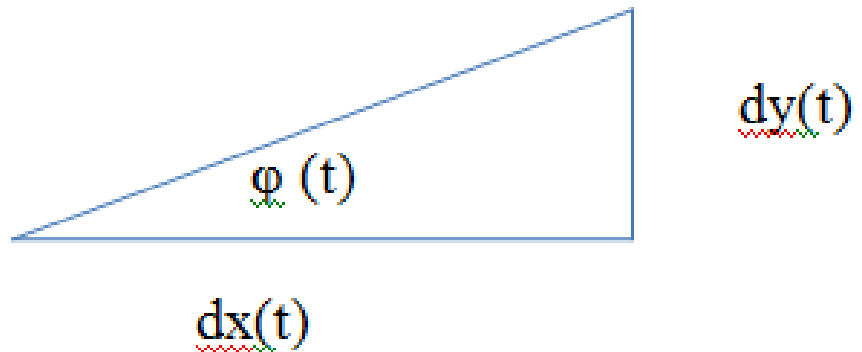
**Question 1**

De même :  $-r\omega_d + V - e\dot{\phi} = 0$

**Question 2** On a :  $\omega_d = \frac{V + e\dot{\phi}}{r}$  et  $\omega_g = \frac{V - e\dot{\phi}}{r}$

On en déduit :  $\Delta\omega = \omega_d - \omega_g = \frac{V + e\dot{\phi}}{r} - \frac{V - e\dot{\phi}}{r}$   $\Delta\omega = \frac{2e}{r}\dot{\phi} = \frac{2e}{r}\frac{d\phi}{dt}$

$$H_{21}(p) = \frac{\Phi(p)}{\Delta\Omega(p)} = \frac{r}{2ep} \quad (\text{Condition initiale nulle})$$

**Question 3****Question 4**

$$\tan \phi(t) = \frac{dy(t)}{dx(t)} \text{ si } \phi \text{ est petit } \tan \phi(t) = \phi(t) \quad d'où \quad \phi(t) = \frac{dy(t)}{dx(t)} = \frac{dy(t)}{dt} \cdot \frac{dt}{dx(t)}$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \phi(t) \frac{dx(t)}{dt} \quad \dot{y}(t) = \phi(t)\dot{x}(t) = \phi(t)V$$

$$\text{On avait : } H_{22}(p) = \frac{Y(p)}{\Phi(p)} = \frac{V}{p} \quad (\text{condition initiale nulle})$$

$$H_2(p) = H_{21}(p)H_{22}(p) = \frac{r}{2ep} \frac{V}{p} = \frac{rV}{2ep^2}$$

On en déduit :