(1)

# Correction DS MP, Pont roulant CCINP PSI 25

**Q1** Acausal (multiphysique !)

**Q2** $V = R\omega = 0{,}2 \times \frac{1}{24} \times 180 = 1{,}5\ m.s^{-1}$

**Q3** Pont —Pivot— galet —Ponctuelle— Rails

$\times 8$

**Q6** On isole la roue, soumise à 2 forces $\Rightarrow T_2 = 0$

**Q7** avec $\gamma > 0$, $T_1 > 0$

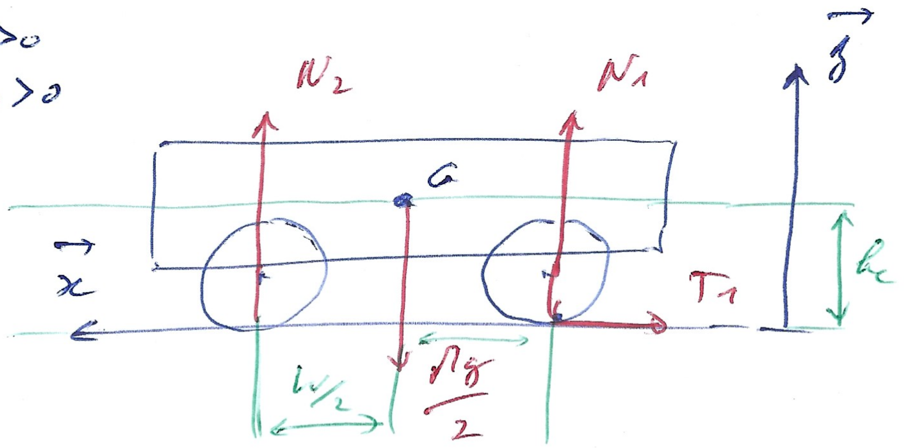
$$-\frac{M}{2}\gamma = -T_1$$

$$N_1 + N_2 - \frac{Mg}{2} = 0$$

Rem $\vec{\delta}(G \in S/R) = \vec{0}$ (en G et $\vec{\Omega}_{S/R} = \vec{0}$)

$$N_1 \frac{L_v}{2} - N_2 \frac{L_v}{2} + T_1 h_c = 0$$

$\rightarrow$ 3 équations, 4 inconnues.




**Q8**
$$N_1 \frac{L_v}{2} + N_2 \frac{L_v}{2} - \frac{Mg}{2}\frac{L_v}{2} = 0$$

$$N_1 L_v + T_1 h_c - \frac{Mg L_v}{4} = 0$$

$$N_1 L_v = \frac{Mg L_v}{4} - \frac{M}{2}\gamma h_c$$

$$N_1 = \frac{Mg}{4} - \frac{M}{2}\frac{h_c}{L_v}\gamma = \frac{M}{2}\left(\frac{g}{2} - \frac{h_c}{L_v}\gamma\right)$$

de même $N_2 = \frac{M}{2}\left(\frac{g}{2} + \frac{h_c}{L_v}\gamma\right)$

**Q9** Limite glissement $\Leftrightarrow T_1 = f N_1$ avec $f = 0{,}4$

$$T_1 = f N_1 = f \frac{M}{2}(5 - 0{,}5\gamma) = \frac{M}{2}\gamma$$

(2) $\Rightarrow \gamma = f(5 - 0{,}5\,\gamma) \Rightarrow \gamma = \dfrac{5f}{1+0{,}5f} = 1{,}7\ m\,s^{-2}$

(Q13) Trapèze de vitesse : $D = V_{max} \times (T_m + t_a)$

$\Rightarrow T_m = \dfrac{D}{V_{max}} - t_a = 3{,}6\ s$

(Q14) Courbes : $D = 4\,m$ OK, $\gamma_{max} = 1{,}6 < 1{,}7$ OK
$T = 5\,s < 6\,s$ OK

(Q17) $F_0 = 25\,N$ ; Pente $A_0 = \dfrac{50-20}{1200} = \dfrac{30}{1200} = \dfrac{1}{40}\ N/mm\,s^{-1}$

$F_0$ : Frottements secs ; $A_0$ : coef. de frottement visqueux

(Q18) $\overrightarrow{B_0B_c} = x\vec{x} - \ell\vec{z_1} - L\vec{z_c}$

$\vec{v}(B_c \in 2/0) = \dot{x}\vec{x} - L\dot{\theta}\vec{x_c}$

$\vec{A}(B_c \in 2/0) = \ddot{x}\vec{x} - L\ddot{\theta}\vec{x_c} + L\dot{\theta}^2\vec{z_c}$

(Q19) On isole (1+2), TRS sur $\vec{x_1}$

$M\ddot{x} - mL\ddot{\theta}\cos\theta + mL\dot{\theta}^2\sin\theta + m\ddot{x} = F - F_r$

On isole (2), TMD sur $(B_2, \vec{y})$

Calcul de $\vec{\delta}(B_2 \in 2/0) = \vec{\delta}(B_c \in 2/0) + \overrightarrow{B_2B_c} \wedge m\vec{A}(B_c \in 2/0)$

$\overrightarrow{B_2B_c} = -L\vec{z_c} = -L(\sin\theta\,\vec{x} + \cos\theta\,\vec{z})$

$\vec{\delta}(B_2 \in 2/0) = -mL\cos\theta\,\ddot{x}\,\vec{y} + mL^2\ddot{\theta}\,\vec{y} = mL(-\ddot{x} + L\ddot{\theta})\vec{y}$

(Q20) Linéarisation : $(M+m)\ddot{x} - mL\ddot{\theta} = F - F_r$

Rem : TMD $\Rightarrow mL(-\ddot{x} + L\ddot{\theta}) = -f_c\dot{\theta} - mgL\sin\theta$.

$\Rightarrow -\cancel{m}\cancel{L}\ddot{x} + \cancel{m}L^2\ddot{\theta} = -\cancel{m}\cancel{L}f_v\dot{\theta} - \cancel{m}g\cancel{L}\theta$.

$\Rightarrow L\ddot{\theta} - \ddot{x} + g\theta + f_v\dot{\theta} = 0$

**Q21** $(M+m)p^2X - mLp^2\theta = KI$

$(Lp^2 + f_v p + g)\theta = p^2X$

$\Rightarrow (M+m)(Lp^2+f_v p+g)\theta - mLp^2\theta = KI$

$$\frac{\theta}{I} = \frac{K}{MLp^2 + (M+m)f_v p + (M+m)g}$$

$$\frac{X}{I} = \frac{X}{\theta}\,\frac{\theta}{I} = \frac{(Lp^2+f_v p+g)K}{p^2\left[MLp^2+(M+m)f_v p+(M+m)g\right]}$$

**Q22** $H_x(p) = \frac{X}{I}$ de classe 2 (2 intégrations)

$\Rightarrow$ la réponse à un échelon est une parabole

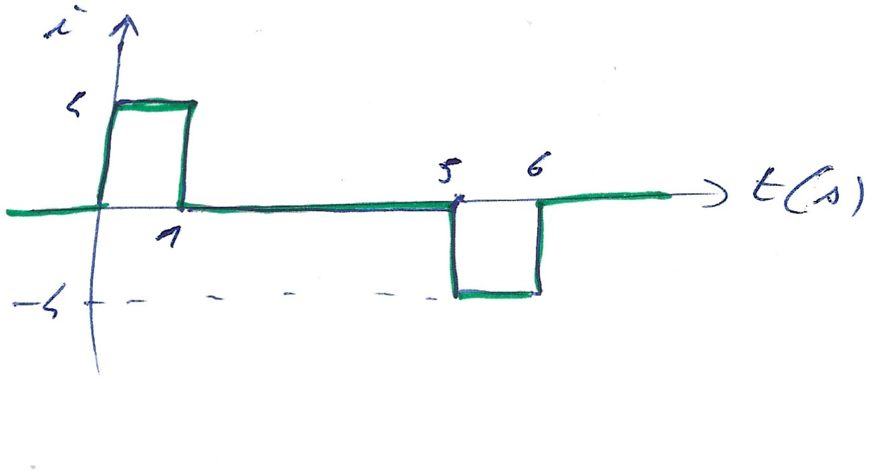
$H_\theta(p) = \frac{\theta}{I}$ de classe 0 ; d'ordre 2 $\Rightarrow$ | 2e ordre avec $\xi < 1$ (oscillations dépassements)

Gain statique de $H_\theta(p)$ : $K_\theta = \frac{K}{(M+m)g}$

$K_\theta = \frac{50}{250\times 10}$ ~~= 0,08 rad~~ $= 0{,}02$ | $\theta_{final\ calculé} = 0{,}02 \times 4 = 0{,}08$ rad

$\theta_{final\ courbe} = 4{,}5° = 0{,}078$ rad.

**Q23** Commande de $i(t)$




Performances

Déplacement $D = 4{,}8 > 4$

Durée $T = 5{,}8 < 6$ s

Accélération 1 s < 1,7 s

Angle max $\theta = 9° > 6°$

Temps stabilisation

$t = 9 - 6 = 3 > 2$ s