DS PCSI1, novembre 2026, durée 1h

Exercice 1.

1. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante : $\frac{ds(t)}{dt} + 5.s(t) = 7.e(t)$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à un échelon unitaire.

2. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle suivante : $\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 6.\frac{ds(t)}{dt} + 34.s(t) = 6.e(t)$

Question

Déterminer sa fonction de transfert puis sa réponse temporelle à une impulsion.

Tableau des Transformées de Laplace usuelles.

Domaine temporel	*Domaine de Laplace*	*Domaine temporel*	*Domaine de Laplace*
$\delta(t)$	*1*	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$

Exercice 2. Robot endoscopique (Mines Ponts 2016)

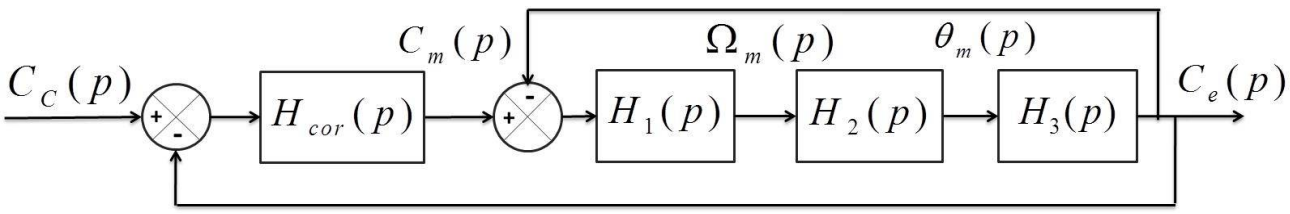
L'objet de cette étude est un robot appelé MC^{2}E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux, équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts…), est utilisé pour une opération qui consiste à enlever la vésicule biliaire.



Etude de l'asservissement en effort

Lors de l'opération, il est essentiel de contrôler et réguler l'effort appliqué sur l'organe.

L'asservissement en effort peut se mettre sous la forme du schéma-blocs suivant :



Avec $\theta_m(t)$ et $\omega_m(t)$ angle et vitesse de rotation du moteur et $C_m(t)$ couple moteur.

Avec $C_e(p)$ couple de sortie, $C_C(p)$ couple de consigne, $C_m(p)$ couple moteur et $H_{cor}(p) = K_c$ fonction de transfert du correcteur. On a de plus $C_e(p) = K_\theta.\theta_m(t)$.

On donne l'équation de mouvement : $J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_e(t)$

Questions

1. *Déterminer les fonctions de transfert* $H_1(p)$, $H_2(p)$ *et* $H_3(p)$.

2. *Calculer* $H_4(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)}$ *puis* $H_5(p) = \frac{C_e(p)}{C_c(p)}$ *en fonction de* K_c, K_θ *et* J .

Exercice 3. Robot « Bering » (CCINP MP 26)



La société française « Conscience Robotics » développe un moteur d'intelligence artificielle universelle pouvant être intégré à tout type de robot. Elle développe donc également des robots utilisant ce moteur. « Bering » est un robot de traçage autonome pour les travaux publics, le sport et de nombreux autres domaines.

Structure du robot

Le robot « Bering » est constitué d'un châssis permettant la mise en place d'un module de peinture.
Il est équipé d'une ou deux roues folles à l'avant et de deux roues motrices à l'arrière, toutes deux étant actionnées par un servomoteur permettant leur asservissement en vitesse de rotation. Il est également équipé d'une antenne GPS lui permettant d'avoir une précision centimétrique dans son positionnement. Enfin, une centrale d'inertie est installée sur le robot afin d'assurer un asservissement du mouvement.

Modélisation du moteur

Le fonctionnement des moteurs utilisés sur le robot peut être modélisé par les équations suivantes :

Equation électrique : $u_m(t) = R.i_m(t) + L.\frac{di_m(t)}{dt} + e(t)$

Equation mécanique : $J.\frac{d\omega_{mg}(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$

Equations de couplage : $e(t) = k_e.\omega_m(t)$ et $C_m(t) = k_c.i(t)$

Question 1

Compléter le schéma-bloc du moteur dans le document réponses en précisant les fonctions de transfert et les entrées et sorties de chaque bloc.

On pose : $\Omega_m(p) = H_1(p).U_m(p) + H_2(p).C_r(p)$

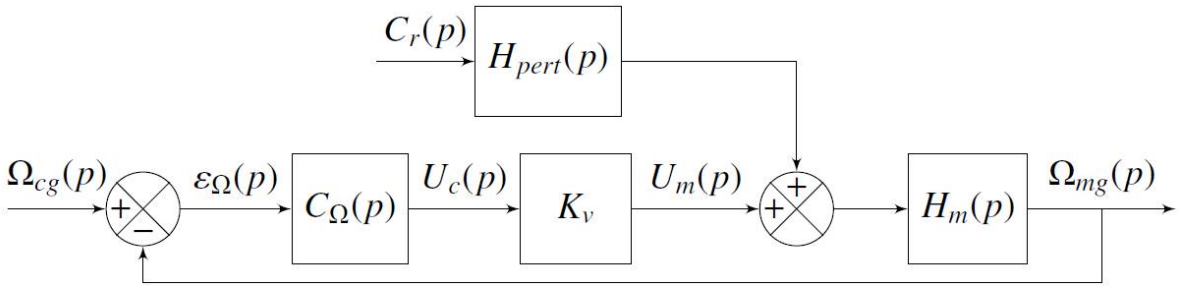
Question 2

Déterminer les fonctions de transfert du moteur $H_1(p)$ *et* $H_2(p)$.

Asservissement en vitesse du moteur

La figure suivante présente l'asservissement en vitesse de rotation du moteur gauche. Celui du moteur droit est rigoureusement le même.

La vitesse de consigne est comparée à la vitesse de rotation réelle du moteur pour former l'écart de vitesse de rotation. Cet écart est alors corrigé par un correcteur afin d'établir une tension de consigne au variateur. La tension en sortie du variateur alimente le moteur.



Question 3

Déterminer $\Omega_{mg}(p)$ en fonction de $U_m(p)$ *et* $C_r(p)$, *en déduire que* $H_m(p) = H_1(p)$ *et exprimer* $H_{pert}(p)$ *en fonction des paramètres du moteur.*

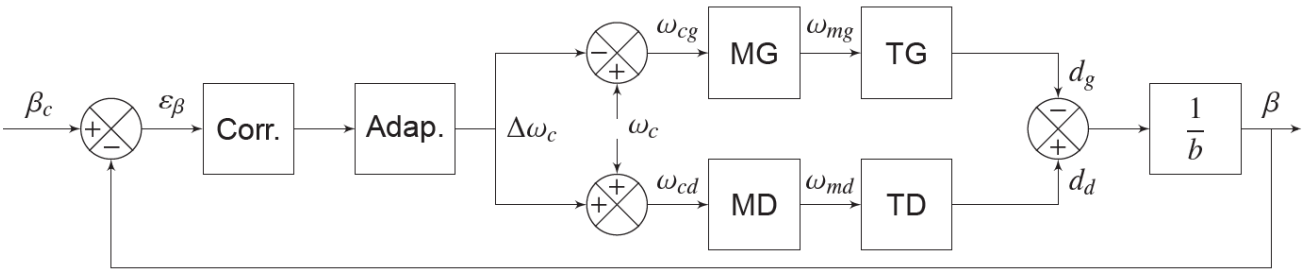
Asservissement en lacet

Le schéma suivant représente le schéma-bloc fonctionnel simplifié de l'asservissement de l'angle de lacet β à l'angle de lacet de consigne β_c, imposé par la trajectoire à suivre.

Pour cela, β_c est comparé à β, mesuré par une centrale d'inertie. L'écart résultant est alors corrigé par un correcteur de fonction $C(p)$ et adapté avec un gain k_a pour fournir une petite variation de vitesse de rotation de consigne à imposer à chacun des moteurs gauche et droit noté MG et MD.

Ces consignes sont calculées à partir de la vitesse de consigne permettant au robot Bering de se déplacer à la vitesse V en ligne droite.

La différence de vitesse entre les moteurs gauche et droit entraîne, via les transmissions gauche et droite, notée TG et TD, un angle de lacet β du robot.



Modélisation du comportement en lacet

On donne la fonction de transfert du moteur : $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1+\tau_m.p}$.

Les transmissions sont modélisées par une constante $TG = TD = k_t$.

Question 4

Déterminer la fonction de transfert $H_3(p)=\dfrac{\beta(p)}{\Delta\Omega_c(p)}$ *en fonction de* K_m τ_m, k_t *et* b.

On donne les exigences de l'asservissement en lacet.

- ✓ Précision : Erreur statique nulle.
- ✓ Rapidité : Temps de réponse à 5% inférieur à 0,01s.
- ✓ Stabilité : Dépassement maximal inférieur à 10%.

On donne dans le document réponses les réponses temporelles pour un échelon unitaire de consigne en lacet, non corrigé puis avec un correcteur optimisé.

Question 5

Donner les performances de ces 2 réponses et les confronter aux exigences.

Quelque soit le résultat trouvé précédemment, on retient pour la suite :

$$H_3(p)=\frac{\beta(p)}{\Delta\Omega_c(p)}=\frac{5}{p.(1+0{,}05.p)}.$$

L'asservissement est maintenant corrigé par un correcteur à avance de phase de fonction de transfert : $\dfrac{\Delta\Omega_c(p)}{\varepsilon_\beta(p)}=K_c.\dfrac{1+0{,}05.p}{1+0{,}005.p}$. Ce correcteur permet d'améliorer la rapidité.

Question 6

Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte : $H_{BO}(p)=\dfrac{\beta(p)}{\varepsilon_\beta(p)}$.

Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée : $H_{BF}(p)=\dfrac{\beta(p)}{\beta_c(p)}$.

Mettre $H_{BF}(p)$ *sous forme canonique* $\dfrac{K_{BF}}{\dfrac{p^2}{\omega_0{}^2}+\dfrac{2.z}{\omega_0}.p+1}$.

Déterminer ses coefficients caractéristiques.

Question 7

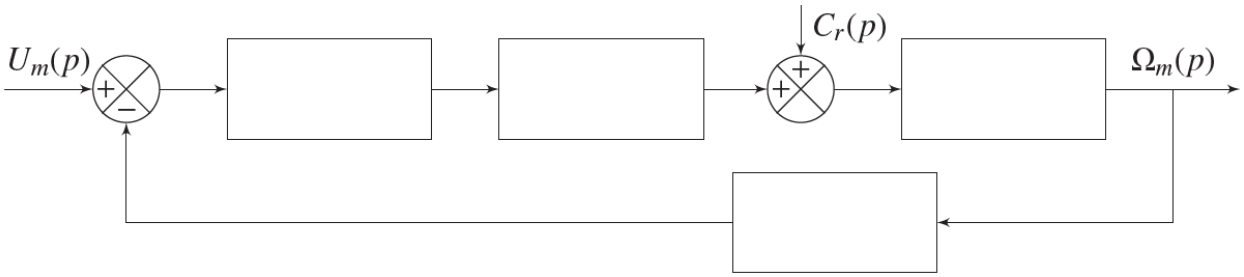
Déterminer la valeur de K_c *afin d'avoir le temps de réponse le plus rapide avec dépassement.*

On a dans ce cas on a $\omega_0.t_{5\%}=3$*, en déduire le temps de réponse.*
Conclure sur les performances de l'asservissement et le respect des exigences.

DS MPSI1, novembre 2026, document réponses

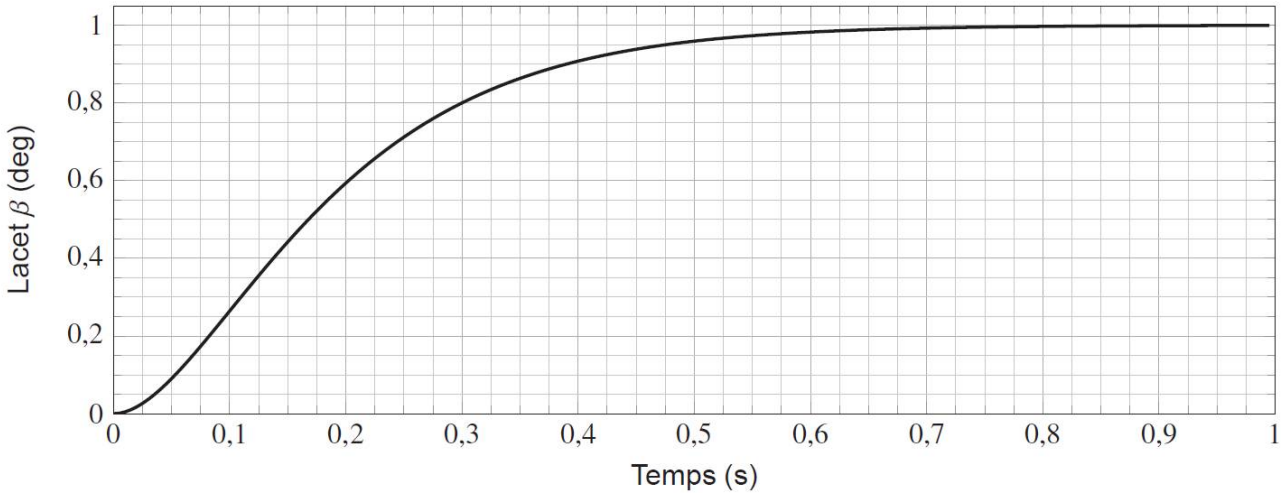
Exercice 3. Robot « Bering » (CCINP MP 26)

Question 1



Question 5

Réponse temporelle pour un échelon unitaire de consigne en lacet, non corrigé.



Réponses temporelles pour un échelon unitaire de consigne en lacet, correcteur optimisé.

