Outil 1 - Dimensions et unités

Introduction

En Physique-Chimie, il est nécessaire de maitriser le calcul de valeurs numériques, afin d'exprimer convenablement un résultat. C'est ce que nous allons voir dans ce cours.

I Les unités

I.1 Présentation

En Physique-Chimie, une **grandeur** est une propriété caractéristique d'un objet physique que l'on peut mesurer (température, longueur, durée d'un événement, etc...).

A chaque grandeur peuvent être associées plusieurs **unités**, nécessaires pour sa mesure ou son interprétation. On distingue :

- **les unités de base** : qui dérivent du **Système International d'unité**. Elle sont au nombre de **7**.

Grandeur physique	**Notation**	**Unité**	**Symbole de l'unité**
Longueur	L	mètre	m
Temps	T	seconde	s
Masse	M	kilogramme	kg
Quantité de matière	n	mole	mol
Intensité du courant électrique	I	ampère	A
Température	θ	kelvin	K
Intensité lumineuse	J	Candela	cd

- **les unités dérivées** : qui s'expriment en fonction d'unités de base et que l'on rencontrera au cours de l'année. Quelques exemples :

Grandeur physique	**Notation**	**Unité**	**Symbole de l'unité**
Aire	S	mètre carré	$\mathrm{m^2}$
Volume	V	mètre cube	$\mathrm{m^3}$
Fréquence	f	hertz	Hz
Vitesse	v	mètre par seconde	$\mathrm{m.s^{-1}}$
Force	F	newton	N
Intensité de la pesanteur	g	newton par kilogramme	$\mathrm{N.kg^{-1}}$
Concentration en masse	C_{m}	kilogramme par mètre cube	$\mathrm{kg.m^{-3}}$
Masse volumique	ρ	kilogramme par mètre cube	$\mathrm{kg.m^{-3}}$
Tension électrique	U	volt	V
Charge électrique	q	coulomb	C

I.2 Dimension d'une grandeur dérivée

Remarque : Lorsque l'on considère la dimension d'une grandeur, on utilise la notation [grandeur]. Précisons que certaines grandeurs comme les angles ou les rapports de deux grandeurs de même dimensions sont sans dimension (ou **adimensionnées**).

Dimension d'une grandeur produit ou quotient d'autres grandeurs

Si une grandeur est le produit ou le quotient de plusieurs grandeurs, alors sa dimension est le produit ou le quotient des dimensions de ces grandeurs.

Exemple : Lorsque l'on calcule la vitesse :

$$[\text{vitesse}] = \frac{[Distance]}{[Temps]} = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$$

Ainsi, en terme d'unité, à partir d'une distance exprimée en mètres et d'un temps en secondes, on obtient une vitesse en mètres par seconde (m.s^{-1}).

Addition ou soustraction

Deux grandeurs ne peuvent être additionnées ou soustraites uniquement lorsqu'elles sont exprimées dans la **même unité**.

I.3 Homogénéité d'une relation

Définition

Une relation est dite **homogène** lorsque les deux membres de l'égalité ou l'inégalité ont la même **dimension**. Une relation doit être homogène pour qu'elle soit correcte.

Application - Homogène ou non ?

Dire si les deux relations suivantes sont correctes ou incorrectes, en trouvant l'unité des deux membres de l'égalité :

Relation	Dimension 1^{er} membre	Unité 2^{e} membre	Conclusion
$\rho = \frac{V}{m}$	M.L^{-3}	$\frac{V}{m}$: $\text{L}^3.\text{M}^{-1}$	Incorrect
$\rho = \frac{m}{V}$	M.L^{-3}	$\frac{m}{V}$: M.L^{-3}	Correct

II Les chiffres significatifs

II.1 Précision d'un résultat

Lors d'une mesure ou d'un calcul, la précision connue de la valeur de la grandeur physique mesurée n'est pas infinie et comporte une incertitude sur le **dernier chiffre** donné.

Chiffres significatifs

Les **chiffres significatifs** permettent d'indiquer la précision de la valeur d'une grandeur. On peut retenir comme règle que tous les chiffres d'un nombre sont significatifs, **sauf** les zéros placés à **gauche** du premier chiffre non nul. En revanche les zéros écrits à la fin d'un nombre sont significatifs

Application - Le bon nombre de chiffres significatifs

Trouver le bon nombre de chiffre significatifs :

Nombre	**Nombre de chiffres significatifs**	**Pourquoi ?**
0,105	3	on ne compte pas le zéro à gauche de la virgule
0,1050	4	le dernier 0 est un chiffre significatif
1,0	2	le dernier 0 est un chiffre significatif
0,001	1	on ne compte pas les zéros à gauche du premier chiffre non nul

II.2 Chiffres significatifs du résultat d'un calcul

Règle ♡

Le résultat d'un calcul a le même nombre de chiffres significatifs que le nombre qui en comporte le moins. Si nécessaire, on arrondi le résultat :

- **si le premier chiffre non retenu est inférieur à 5** : : on garde la valeur du dernier chiffre retenu.
- **si le premier chiffre non retenu est supérieur ou égal à 5** : on à ajoute 1 à la valeur du dernier chiffre retenu.

Application - Cas d'une addition ou soustraction

On cherche à effectuer l'addition 160,33 + 15,20 puis l'addition 160,36 + 15,20. Donner les résultats avec le bon nombre de chiffres significatifs :

$$160,33 + 15,20 = 175,5\cancel{3} = 175,5 \qquad \text{car le premier chiffre non retenu est } 3 < 5$$

$$160,36 + 15,20 = 175,5\cancel{6} = 175,6 \qquad \text{car le premier chiffre non retenu est } 6 > 5$$

Application - Cas d'un produit ou d'un quotient

On cherche à effectuer le produit de 10,0 par 0,50 puis le quotient de 10,0 par 2. Donner les résultats avec le bon nombre de chiffres significatifs :

$$10,0 \times 0,50 = 5,0\cancel{0} = 5,0 \qquad \text{car 0,50 ne contient que 2 chiffres significatifs, on en garde 2}$$

$$\frac{10,0}{2} = 5,\cancel{0} = 5 \qquad \text{car 2 ne contient qu'un chiffre significatif, on en garde 1}$$

Remarques :

- Lors d'un calcul à plusieurs étapes, seul le résultat final est arrondi et non les résultats intermédiaire.
- On ne tient pas compte du nombre de chiffres significatifs d'un coefficient ou d'un nombre exact.

III Puissances de 10

Nombre écrit en puissance de 10

On peut exprimer un nombre positif en utilisant une de puissance de 10, que l'on notera par exemple 10^n. On distingue deux cas :

- **le nombre est supérieur à 1** : l'exposant n est **positif** (**Exemple** : $100 = 10 \times 10 = 10^2$ soit $n = 2$),
- **le nombre est inférieur à 1** : l'exposant n est **négatif** (**Exemple** : $0,1 = \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$ soit $n = -1$)

Propriétés :

- $10^0 = 1$,
- Multiplier des puissances de 10 revient à **sommer** les exposants, alors que diviser deux puissances de 10 revient à soustraire **les exposants** :

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \qquad \text{et} \qquad \frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{10^n} = \frac{10^0}{10^n} = 10^{0-n} = 10^{-n}$$

- L'exposant indique le nombre de 0 après le chiffre 1 lorsqu'il est positif.
- L'exposant indique le nombre de 0 avant le chiffre 1 (virgule incluse) lorsqu'il est négatif.

Application - Passer d'écriture décimale aux puissances de 10

Convertir le nombre décimal ou le quotient en puissance de 10 :

$$100000 = 1\underline{\mathbf{00000}} = 10^5 \qquad \text{car on constate 5 zéros après le chiffre 1}$$

$$0.0001 = \underline{\mathbf{0,000}}1 = 10^{-4} \qquad \text{car on constate 4 zéros avant le chiffre 1}$$

$$\frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = \frac{10^0}{10^4} = 10^{0-4} = 10^{-4}$$

IV L'écriture scientifique

Très souvent, en Physique-Chimie, il devient difficile d'exprimer un résultat comportant un très grand ou un très petit nombre décimal. Par exemple, le nanomètre (nm) est une unité de longueur correspondant à un milliardième de mètre et écrire 1 nm = 0,000000001 m paraît un peu long. Dans de tels cas, nous allons utiliser l'écriture scientifique, afin d'exprimer le résultat plus simplement.

Écrire un nombre en notation scientifique

Écrire un nombre en notation scientifique, c'est l'écrire sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où a est un nombre décimal tel que $0 \leq a < 10$ et n un nombre entier positif ou négatif.

Remarque : le nombre a conserve le même nombre de chiffres significatifs que le nombre en écriture décimale.

Méthode pour obtenir a

- **si le nombre est supérieur 10** : on obtient a en plaçant la virgule vers la gauche et en s'arrêtant juste après le premier chiffre significatif (à droite),
- **si le nombre est inférieur à 1** : on obtient a en déplaçant la virgule vers la droite jusqu'au premier chiffre significatif non nul,
- **si le nombre est entre 1 et 10** : on obtient a directement.

La puissance de 10 que multiplie a se déduit ensuite du déplacement de la virgule

Application - Passer d'écriture décimale à écriture scientifique

Écrire 458 000 puis 0,0080 en écriture scientifique. Commençons par 458 000 :

$$458000 = \underline{4}58000 = 4,58000 \times 10^5$$ car virgule déplacée de 5 chiffres, on retrouve 6 chiffres significatifs

Puis 0,0080 :

$$0,0080 = 0,00\underline{8}0 = 8,0 \times 10^{-3}$$ car virgule déplacée de 3 chiffres, on retrouve 2 chiffres significatifs

V Les conversions d'unités

Avant d'effectuer une conversion, il vaut mieux s'assurer que le résultat est exprimé en écriture scientifique (forme $a \times 10^n$). Ensuite, si l'on cherche par exemple à passer d'un multiple ou sous-multiple à l'unité de base, on peut par exemple se référer à la correspondance en puissance de 10.

Préfixe	femto	pico	nano	micro	milli	centi	deci	-	kilo	méga	giga	téra	péta
lettre	f	p	n	μ	m	c	d	-	k	M	G	T	P
puiss-ance de 10	$\times 10^{-15}$	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-1}$	-	$\times 10^{3}$	$\times 10^{6}$	$\times 10^{9}$	$\times 10^{12}$	$\times 10^{15}$

Règle

Pour convertir depuis un multiple ou sous-multiple à l'unité de base, on remplace le préfixe par la puissance de 10 associée. Pour convertir l'unité de base à un multiple ou sous-multiple , on remplace par la puissance de 10 associée mais en changeant le signe de l'exposant.

Application - Conversion

Convertir la distance $d = 15\ \mu\text{m}$ (micromètres) en mètres (depuis le multiple micromètre vers l'unité de base qui est le mètre)

$$d = 15\ \mu\text{m} = 1,5 \times 10^1\ \mu\text{m} = 1,5 \times 10^1 \times 10^{-6}\ \text{m} = 1,5 \times 10^{1-6}\ \text{m} = 1,5 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

Convertir la distance $a = 5 \times 10^{-4}$ m en micromètres (depuis l'unité de base au multiple)

$$a = 5 \times 10^{-4}\ \text{m} = 5 \times 10^{-4} \times 10^{6}\ \mu\text{m} = 5 \times 10^{-4+6}\ \mu\text{m} = 5 \times 10^{2}\ \mu\text{m}$$

Remarque : On peut remarquer que lorsque l'on passe d'une unité plus petite à une unité plus grande, l'exposant de la puissance de 10 est négatif. Au contraire, lorsque l'on passe d'une unité plus grande à une unité plus petite, l'exposant de la puissance de 10 est positif.