TD - Dimensions et unités

Exercice 1 - Conversions élémentaires

. Vitesse angulaire $1\,tr \leftrightarrow 2\pi\,rad$
$1\,min \leftrightarrow 60\,s$

$$3000\,\frac{tr}{min} = 3000 \times \frac{2\pi}{60}\,rad \cdot s^{-1}$$
$$= \underline{314{,}2\,rad \cdot s^{-1}}$$

. Fréquence de frappe: $1\,Hz = 1\,s^{-1}$
$1\,min = 60\,s$

$$45000\,impact \cdot min^{-1} = \frac{45\,000}{60}\,impact \cdot s^{-1}$$
$$= 750\,Hz^{-1}.$$

Exercice 2 - Dimensions de quelques grandeurs

- $[F] = [m \times a] = [m] \times [a] = M \times L \times T^{-2}$
- $[P] = [F \times v] = [F] \times [v] = M \times L \times T^{-2} \times L \times T^{-1} = M \times L^2 \times T^{-3}$
- $[R] = \frac{[P]}{[I^2]} = M \times L^2 \times T^{-3} \times A^{-2}$

Exercice 3 - Énergie d'un solide

1) $E = \frac{1}{2} m v^2$ soit $[E] = [m] \times [v^2] = M \times L^2 \times T^{-2}$

2) $[J] = \frac{[E]}{\underbrace{[\omega^2]}_{T^{-2}}} = [E] \times T^2 = M \times L^2$

3) $[m R] = [m] \times [R] = M \times L \Rightarrow$ ce n'est pas homogène car $[J] = M \times L^2$

On peut proposer $m R^2$.

Exercice 4 - Homogénéité d'une expression.

1) $x = \dfrac{l^2 - d}{d} = \dfrac{l^2}{d} - 1$

$\Rightarrow$ solution : $x = \dfrac{l^2 - d^2}{d}$

$\left[\frac{l^2}{d}\right] = M$ soit une distance alors que (1) est sans dimension

2) L'argument à l'intérieur de la fonction doit être sans dimension.

On $[\tau \times t] = T^2$ $\xRightarrow{\text{solution}}$ on pourrait prendre $x = x_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

3) $[F] = [m \times g] = M \times L \times T^{-2}$

$$\left.\begin{array}{l}[F \times L] = M \times L^2 \times T^{-2} \\ \left[\frac{1}{2} m v^2\right] = M \times L^2 \times T^{-2}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{homogène}$$

4) $$\left.\begin{array}{l}[gL] = L^2 \times T^{-2} \text{ soit } [\sqrt{gL}] = L \times T^{-1} = [v] \\ \text{et } [\omega t] = T^{-1} \times T = \varnothing\end{array}\right\} \text{expression homogène.}$$

Exercice 5 - Frottements mécaniques

1) $\eta = \dfrac{F}{6 \pi R v}$ $\quad [\eta] = \dfrac{[F]}{[R] \times [v]} = \dfrac{M \times L \times T^{-2}}{L \times L \times T^{-1}} = M \times L^{-1} \times T^{-1}$

2) $\dfrac{[v]}{[\tau]} = [g] = [a]$ soit $[\tau] = \dfrac{[v]}{[a]} = \dfrac{L \cdot T^{-1}}{L \times T^{-2}} = T$ $\Rightarrow$ τ est un temps.

Exercice 6 - Recherche d'une formule inconnue

1- Période d'un pendule

$$\left.\begin{array}{l} T = f(L, g) \\ [L] = L \\ [g] = L \times T^{-2} \\ [T_0] = T \end{array}\right\} \Rightarrow T_0 = \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{car} \quad \left[\frac{L}{g}\right] = \frac{L}{L \times T^{-2}} = T^2$$

2- Hauteur d'un tir

$[m] = M$ or $[h] = L$

$$\begin{array}{l} [v] = L \cdot T^{-1} \\ [g] = [a] = L \cdot T^{-2} \end{array} \quad \text{et} \quad \left[\frac{v^2}{g}\right] = \frac{L^2 \cdot T^{-2}}{L \cdot T^{-2}} = L$$

donc $h = \dfrac{v^2}{g}$ semble une expression possible, car homogène.

Remarque : en réalité c'est $\left[h = \dfrac{v^2}{2g} \right.$.