TP1 - Lois de Snell-Descartes

Capacités travaillées :

- Utiliser un logiciel de régression linéaire afin d'obtenir les valeurs des paramètres du modèle.
- Analyser graphiquement les résultats en intégrant des barres d'incertitudes.
- Capacité numérique : simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire de variation des valeurs expérimentales de l'une des grandeurs par simulation Monte-Carlo – pour évaluer l'incertitude sur les paramètres du modèle.

Matériel :

- Lampe blanche + support boy
- Hémicylindre en plexiglas
- Prisme en verre
- Rapporteur

Objectif : On cherche ici à retrouver les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et pour la réfraction.

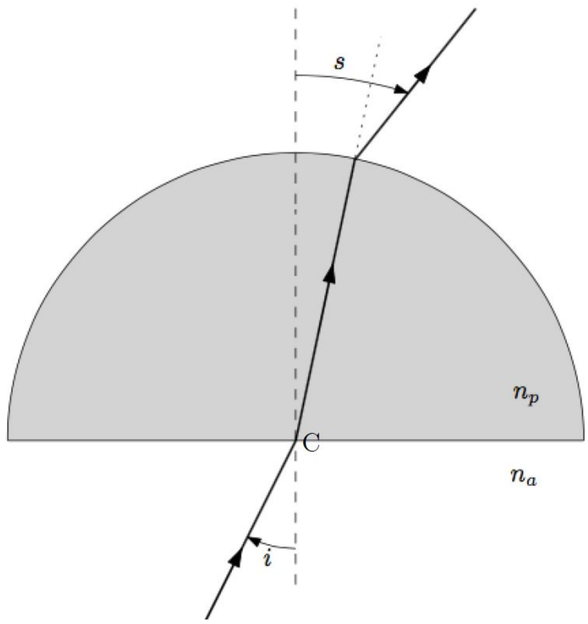
I Loi de Snell-Descartes pour la réfraction (avec hémicylindre en plexiglas)

1 Modélisation

1. Rappeler l'énoncé de la loi de Snell-Descartes pour la réfraction, à l'aide d'un schéma précisant les différents angles qui y interviennent.

On éclaire la face plane du Plexiglas en son milieu C par un pinceau fin de lumière blanche. Pour le moment on considère l'indice optique n_a de l'air comme inconnu.

2. En justifiant, exprimer l'angle s du rayon émergent de l'hémicylindre en plexiglas, en fonction des données, dont l'angle d'incidence i (on note n_p l'indice optique du plexiglas).
3. Quel graphique doit-on tracer pour que les points de mesure soient alignés suivant une droite si la loi de la réfraction est bien vérifiée ? Comment peut-on alors en déduire l'indice n_p si l'on considère $n_a = 1$?



2 Vérification expérimentale

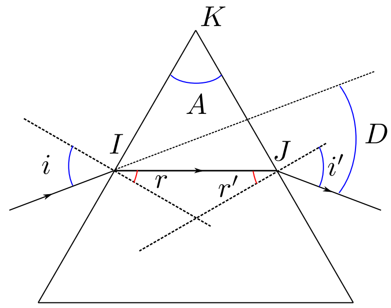
4. Vérifier que la loi de Snell-Descartes pour la réfraction est bien vérifiée. Pour cela, on effectuera une régression linéaire, que l'on tracera avec l'ensemble des points expérimentaux (une dizaine de points, avec les barres d'incertitude) à l'aide du langage `Python` [1]. Conclure quant à la validité de la loi de Snell-Descartes pour la réfraction.
5. En déduire la valeur de l'indice optique du plexiglas n_p ainsi que son incertitude-type (simul Monte-Carlo).

II Loi de Snell-Descartes pour la réfraction (avec prisme en plexiglas)

1. Modèle de script disponible sur *Cahier de prépa*.

1 Éléments théoriques

On considère la dispersion de la lumière par un prisme en verre, d'angle A entre ses deux faces utiles, et d'indice de réfraction n pour une longueur d'onde donnée. Le milieu extérieur est l'air, d'indice pris égale à un.



Soit un rayon parvenant au point I sur la face d'entrée avec un angle d'incidence i : il émerge par la face de sortie en un point J avec un angle i' : on note D l'angle mesurant **la déviation** entre le rayon incident et le rayon émergent.

On rappelle les quatre formules du prisme (exercice 6 TD OS1) :

$$\sin i = n \sin r \qquad \sin i' = n \sin r' \qquad A = r + r' \qquad D = i + i' - A$$

L'indice optique n du prisme est supérieur à celui de l'air, en conséquence une réflexion totale est possible en J. Pour que le rayon émerge en J, deux conditions doivent être vérifiées :

$$A \leq 2\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \arcsin \frac{1}{n} \quad \text{et} \quad i \geq i_0 \quad \text{avec} \quad i_0 = \arcsin\left(n \sin\left(A - \alpha\right)\right)$$

L'indice optique du prisme dépend de la longueur d'onde de la lumière qui le traverse, et sa dépendance peut être modélisée par la loi de Cauchy [2] au premier ordre en λ^2 :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

Il existe une valeur de i, telle que $D = D_\mathrm{m}$ est minimale, c'est le **minimum de déviation**. On peut montrer :

$$n(\lambda) = \frac{\sin\left(\frac{A + D_\mathrm{m}(\lambda)}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

6. Quelle est la couleur de la lumière monochromatique dont la déviation D_m en sortie du prisme sera la plus importante ?

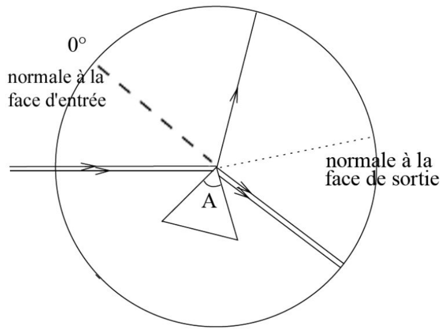
En déterminant la déviation minimale pour le rouge ($\lambda_\mathrm{r} = 700$ nm) et pour le violet ($\lambda_\mathrm{v} = 430$ nm), il est possible de déterminer les coefficients de la loi de Cauchy. En effet on peut montrer que :

$$a = \frac{\lambda_\mathrm{r}^2 \sin\left(\frac{A + D_\mathrm{m,r}}{2}\right) - \lambda_\mathrm{v}^2 \sin\left(\frac{A + D_\mathrm{m,v}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)\left(\lambda_\mathrm{r}^2 - \lambda_\mathrm{v}^2\right)} \quad \text{et} \quad b = \frac{\sin\left(\frac{A + D_\mathrm{m,r}}{2}\right) - \sin\left(\frac{A + D_\mathrm{m,v}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)\left(\frac{1}{\lambda_\mathrm{r}^2} - \frac{1}{\lambda_\mathrm{v}^2}\right)}$$

2. Augustin Louis Cauchy (1789-1857) : Mathématicien français ayant contribué en optique, par des travaux portant sur la propagation des ondes électromagnétiques.

2 Travail expérimental

On dispose le prisme comme sur la figure de droite. Le prisme possède un angle $A = 45°$, la normale à la face d'entrée doit tomber sur la graduation 0° et pour la normale à la surface de sortie, la graduation est de $A = 45°$.



L'intérêt de la configuration est que l'on peut aisément déterminer la déviation D. On éclaire le prisme avec un pinceau fin de lumière blanche.

a. Couleur par couleur

7. Pour deux rayons extrêmes du spectre (violet et rouge), mesurer l'évolution de la déviation D pour i variant de 40 à 80° puis la tracer à l'aide d'un script Python. Imprimer l'évolution et coller là dans votre cahier.
8. Estimer le minimum de déviation $D_{\mathrm{m,v}}$ et $D_{\mathrm{m,r}}$ dans le cas des rayons violet et rouge.
9. En déduire dans chaque cas les expressions et valeurs des indices optiques $n(\lambda_{\mathrm{v}})$ et $n(\lambda_{\mathrm{r}})$.

b. Loi de Cauchy

10. A partir des déviations précédentes et des éléments théoriques à votre disposition déterminer les coefficient a et b intervenant dans la loi de Cauchy.
11. Peut-on dire que la loi de Cauchy est vérifiée ?

III (Bonus) - Détermination de l'indice optique grâce à la réflexion

12. Imaginer une seconde expérience permettant de mesurer l'indice optique n_{p} du plexiglas en utilisant le phénomène de réflexion totale.
13. Faire la mesure et donner son résultat, en précisant l'incertitude-type que vous avez estimé.